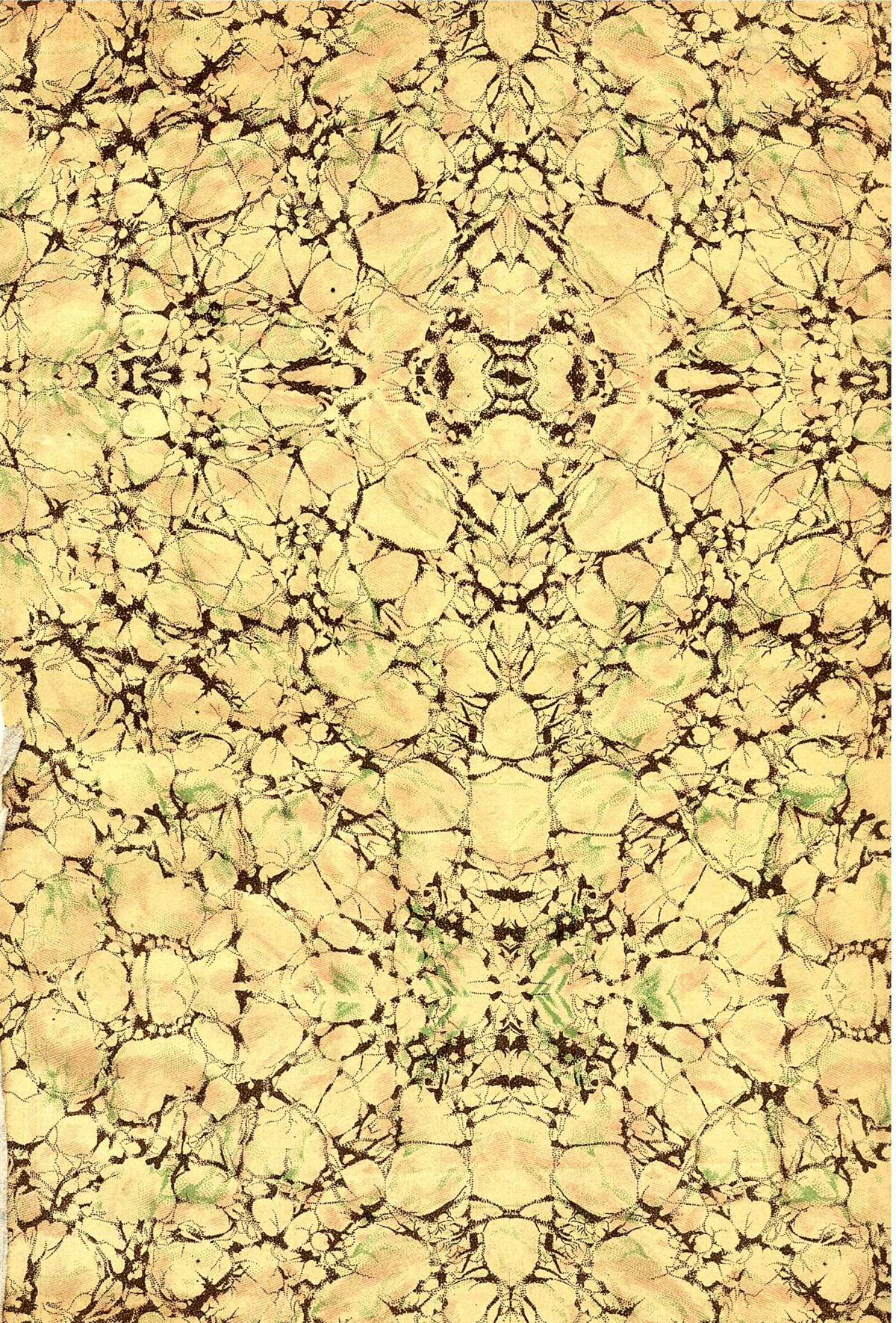


S. GERSZONOWICZ

UNIDADES ELÉCTRICAS

y

FOTOMÉTRICAS

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA
FACULTAD DE INGENIERIA
DPTO. DE PUBLICACIONES Y BIBLIOTECA
BIBLIOTECA CENTRAL
Herrera y Reissig 565
MONTEVIDEO - URUGUAY
Nº de entrada 59511
29. 11. 2011.
1

MONTEVIDEO
1941

A A. J. Cisa
amistosamente

HACE mucho tiempo que habíamos decidido la publicación de las clases que dictamos en la Facultad de Ingeniería de Montevideo sobre unidades eléctricas, dada la necesidad de un texto sobre ese delicado tema. Pero en vista del interés que ha adquirido recientemente en Sudamérica dicho problema, debido en particular a las recomendaciones que se hicieron en el Primer Congreso Sudamericano de Ingeniería de Santiago de Chile, a raíz de un informe del Comité Electrotécnico Argentino, decidimos ampliar el texto primitivo, para poder proporcionar a los estudiantes y profesionales una imagen más completa del problema y de su evolución.

El tema de las unidades eléctricas es uno de los más discutidos y la considerable divergencia de opiniones existente influye en la redacción de los trabajos de los diversos autores y en las resoluciones de los distintos organismos; además, la evolución de ciertos conceptos no ha sido seguida siempre por el cambio correspondiente en la redacción; debemos notar que no estamos de acuerdo con la forma en que están expresadas algunas de las citas que hemos incluído.

S. GERSZONOWICZ

Montevideo, agosto 1941.

Derechos de autor reservados.

CAPITULO I.

UNIDADES ELECTRICAS

1. Introducción. Nociones fundamentales

Veamos rápidamente algunas nociones fundamentales que es necesario tener presentes.

I

Partimos de la siguiente definición: magnitud es todo ente para el cual se pueden definir la igualdad y la suma; admitimos que sabemos identificar dos magnitudes de la misma especie. La relación de una magnitud a otra de la misma especie, tomada convencionalmente como unidad, representa el *valor numérico* de la primera. La *medida* es la asociación de ese valor numérico con la unidad. Al variar la unidad, el valor numérico de la magnitud que medimos con ella varía en razón inversa.

Admitiremos también que las leyes físicas vinculan entre sí los valores numéricos de distintas magnitudes susceptibles de variar simultáneamente en un proceso dado; pero como esos valores dependen de las unidades, en las ecuaciones figuran, además, coeficientes que son función de la elección de las unidades. Para abreviar, diremos en lo que sigue que las leyes vinculan "magnitudes", en vez de "valores numéricos de magnitudes".

El concepto de *dimensión* fué introducido por *Fourier* para la verificación de la homogeneidad de las fórmulas y por su utilidad en el problema del cambio de unidades; la última aplicación es la única que nos interesa aquí; la examinaremos detenidamente tomando primero, para ver con claridad qué entenderemos por dimensión, un ejemplo sencillo.

Consideremos la ecuación que expresa la superficie S de un cuadrado de lado l; lo único que la experiencia nos enseña es que S es proporcional a l^2

$$S = Kl^2 \qquad (1)$$

siendo K el coeficiente, al que aludimos más arriba, función sólo de la elección de las unidades de S y l. Con las mismas unidades, cualquiera que sea su elección, la superficie S' de un círculo de radio r se escribirá

$$S' = K'r^2 = K\pi r^2 \tag{2}$$

donde el coeficiente π es independiente de la elección de las unidades; lo llamaremos orgánico. De la misma manera, la superficie de un triángulo equilátero de lado a se escribirá

$$S'' = K''a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} Ka^2 \tag{3}$$

siendo esta vez $\frac{\sqrt{3}}{4}$ el coeficiente orgánico; etc.

Elijamos unidades de superficie y longitud independientes entre sí, es decir, tales que la variación de una no afecte la otra. Al cambiar —arbitraria e independientemente una de otra— las unidades de S y l, el valor de K varía, y la relación de su nuevo valor al antiguo está definida por

$$\frac{\textit{unidad antigua de } S}{\textit{unidad nueva de } S} = \frac{\textit{valor nuevo de } K}{\textit{valor antiguo de } K} \left(\frac{\textit{unidad antigua de } l}{\textit{unidad nueva de } l} \right)^2 \tag{4}$$

o, en forma simbólica, designando por dimensión la relación entre antiguas y nuevas unidades, o entre nuevos y antiguos valores numéricos

$$[S] = [K][L^2] \tag{4a}$$

o sea

$$[K] = [S][L^{-2}] \tag{4b}$$

Es además evidente que, cualquiera que sea la elección de las unidades

$$\frac{\textit{valor nuevo de } K}{\textit{valor antiguo de } K} = \frac{\textit{valor nuevo de } K'}{\textit{valor antiguo de } K'} = \frac{\textit{valor nuevo de } K''}{\textit{valor antiguo de } K''} = \ldots$$

de modo que podemos escribir

$$[K] = [K'] = [K''] = \ldots$$

y

$$[S] = [K][L^2] \quad \text{o} \quad [S] = [K'][L^2] \quad \text{o} \quad [S] = [K''][L^2] \ldots$$

utilizándose indiferentemente K, K' o K'', según convenga, en las relaciones (1), (2), (3) y similares. Así, introduciendo K' tendremos

$$S = \frac{K'}{\pi} l^2 \quad (1\alpha) \ , \quad S' = K' r^2 \quad (2\alpha) \ , \quad S'' = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} K' a^2 \quad (3\alpha), \text{ etc.}$$

Cuando las unidades de S y l son independientes, la determinación de K o K', ... exige la medida de S y l con sus unidades respectivas: la ley sirve entonces de definición a su coeficiente. Pero es más ventajoso introducir una interdependencia entre las unidades de S y l fijándonos K, o K', K'', etc. Eligiendo, por ejemplo, como unidad de superficie la de un cuadrado cuyo lado tiene p unidades de longitud, la relación (1) nos da $K = \frac{1}{p^2}$, y por consiguiente $K' = \frac{\pi}{p^2}$, $K'' = \frac{\sqrt{3}}{4 p^2}$, etc.; tomando, en cambio, como unidad de superficie la de un círculo cuyo radio tiene p' unidades de longitud, la (2) nos da $K' = \frac{1}{p'^2}$, y por consiguiente $K = \frac{1}{\pi p'^2}$, $K'' = \frac{\sqrt{3}}{4 \pi p'^2}$, etc.

La elección de la ecuación de definición de la unidad de superficie es en principio arbitraria; una vez hecha, su coeficiente se llamará parásito, puesto que podemos hacerlo igual a la unidad (p o $p' = 1$), convención que se adopta generalmente para facilitar los cálculos. Según la elección hecha, los coeficientes orgánicos, que nunca desaparecen, se desplazarán de una ecuación a otra; si, por ejemplo, hacemos $K' = 1$, se escribe $S' = r^2$, pero el coeficiente orgánico aparece en la ecuación (1), que ahora es $S = \frac{1}{\pi} l^2$. Para efectuar el pasaje entre sistemas de unidades en los que la definición de la unidad de superficie no es la misma, K tiene dimensión; esta última queda suprimida sólo si la *definición* de la unidad de superficie en función de la de longitud es la misma en todos los sistemas en presencia; el valor de K es entonces también el mismo en todos ellos (sin ser forzosamente igual a la unidad), es decir, se tiene $[K] = 1$ [1], escribiéndose en consecuencia

(1) Algunos autores, en particular *Maxwell*, decían que la dimensión p. ej. de L en la ecuación de dimensión de una magnitud es 2, para expresar que en dicha ecuación de dimensión interviene L^2; decir "dimensión nula" equivale para ellos a decir "sin dimensión": $[K^0] = 1$.

$$[S] = [L^2] \qquad (5)$$

La unidad de superficie varía entonces sólo con la de longitud, y la relación (5) dice que al aumentar m veces la unidad de longitud, aumenta m^2 veces la unidad de superficie.

Generalicemos lo que precede. Dado un conjunto de leyes, diremos que son independientes si ninguna de ellas vincula sólo magnitudes ya relacionadas por otra ni puede deducirse de las otras. Ahora bien, una ley independiente puede utilizarse para introducir una interdependencia entre las unidades de las distintas magnitudes que en ella figuran, y entonces —a condición de que las convenciones que precisan esta interdependencia sean las mismas en los sistemas de unidades considerados— el coeficiente de esta ley resulta sin dimensión; pero en caso contrario, es decir, si habiendo interdependencia las convenciones de definición de ciertas unidades en función de las otras varían de un sistema de unidades a otro, o si elegimos unidades independientes, el coeficiente de la ley tiene dimensión.

En este último caso la ley sirve de definición a su coeficiente, que puede ser así considerado como una magnitud de especie particular; un ejemplo clásico es el de la ley de atracción de las masas de *Newton*, donde $[K] = [L^3 M^{-1} T^{-2}]$: se hubiera podido suprimir la dimensión de K, haciendo depender la unidad de masa de las de longitud y tiempo; pero tal dependencia no puede ser determinada experimentalmente con precisión y facilidad suficientes, de modo que la solución de elegir unidades independientes es aquí preferible. Veremos más adelante otros casos en que se dan dimensiones a los coeficientes, por ejemplo al de acción electromagnética λ.

Si consideramos n leyes independientes, elegidas en principio arbitrariamente, que vinculan m magnitudes, algunas de las cuales pueden ser coeficientes definidos por la ley misma, podemos, eligiendo también arbitrariamente (a menos de consideraciones de índole práctica) $m - n$ magnitudes independientes, expresar en función de sus dimensiones las de las n magnitudes restantes, dado que cada ley nos suministra una ecuación entre dimensiones. La elección de las leyes independientes entre las que vinculan las mismas magnitudes es aquí indiferente, puesto que los coeficientes orgánicos no intervienen. Las $m - n$ magnitudes indispensables elegidas han sido llamadas magnitudes "fundamentales"; las otras n, "derivadas"; daremos los mismos nombres a sus unidades respectivas (coeficientes excluídos).

La dimensión de cada magnitud derivada en función de las dimensiones de las magnitudes fundamentales, o "dimensiones fundamentales" o "de referencia", se llama su "ecuación de dimensión". El número de dimensiones de referencia puede variar según los sistemas de unidades en presencia.

Cada vez que por convención especial suprimimos la dimensión de una de las m magnitudes, el número de magnitudes fundamentales disminuye en una unidad; tal proceder (siempre en lo que al cambio de unidades se refiere), no presenta inconvenientes si la unidad de la magnitud en cuestión (o su valor numérico, tratándose de un coeficiente) es la misma en todos los sistemas considerados, pero origina confusiones y dificultades cuando se quiere pasar de un sistema a otro que tiene distinta unidad de dicha magnitud. Por otra parte, según los sistemas de unidades que tengamos en presencia, podemos tener que atribuir dimensión al coeficiente de una ley en la que primitivamente no había sido considerado: el número de magnitudes fundamentales aumenta entonces en una unidad.

Supongamos ahora que en determinados casos el valor numérico X de una magnitud M sea por convención la relación entre los valores numéricos de dos magnitudes de la misma especie N; es evidente que la unidad común de estas últimas no influirá en X, de modo que la magnitud M, cuyo valor numérico es independiente de las unidades elegidas, no posee dimensión. Es por ejemplo, el caso del valor numérico del ángulo, definido como relación del arco al radio de una circunferencia.

Agreguemos finalmente que las definiciones adoptadas aquí no son ni únicas ni universalmente reconocidas. Así, muchos autores admiten que las ecuaciones físicas se deben interpretar entre magnitudes y no sólo entre sus valores numéricos. Por otra parte, es frecuente la opinión que liga en forma estrecha el concepto de dimensión con el de magnitud, del que representa la parte *cualitativa*: la supresión o introducción de la dimensión equivale entonces a la supresión o reconocimiento del carácter de magnitud; de acuerdo con esta definición, en determinados sistemas el ángulo no es una magnitud, etc. Evidentemente tal concepto de dimensión no coincide con el que hemos adoptado, y según el cual la dimensión es un número. Creemos que los dos conceptos de dimensión son útiles. Pero, por interesante que sea el examen de las ventajas y dificultades que presentan los diversos puntos de vista, no nos corresponde estudiarlas aquí; hemos elegido el camino que nos pareció más apropiado para el fin que perseguimos. Los que pre-

fieran otras definiciones podrán adaptar lo que sigue al lenguaje que esté de acuerdo con sus convicciones. Sería sólo de desear que los autores especificasen siempre el significado que dan a los conceptos básicos con el fin de evitar ciertas contradicciones, que con frecuencia son sólo aparentes.

II

El conjunto de las unidades que intervienen en un dominio determinado de la ciencia, constituye un sistema de unidades.

Para definir un sistema de unidades se parte de un conjunto de leyes independientes cuya elección es hasta cierto punto arbitraria. Con el objeto de simplificar las operaciones se conviene generalmente en hacer igual a uno el coeficiente (por definición parásito) de cada ley independiente que introduce una interdependencia entre unidades; un sistema de unidades en que se cumple esta regla se llama "coherente". Podemos, sin modificar el sistema, reemplazar en el conjunto de leyes que lo definen ciertas leyes independientes por otras dependientes que vinculen las mismas magnitudes pero conservando a estas últimas el carácter de dependientes, o sea, escribiéndolas con sus coeficientes orgánicos respectivos (véase, por ejemplo, la definición del ampere, capítulo III, N.° 18). Nada nos impediría transformar en independiente a una ley dependiente equivalente y hacer coherente el sistema suprimiendo el coeficiente que, de orgánico, pasó a parásito; tal convención equivale por supuesto a un cambio de sistema; el coeficiente orgánico desaparecerá de unas y aparecerá en otras de las leyes en presencia.

El número de unidades independientes que definen un sistema coherente es igual a la diferencia entre el número de magnitudes y el de leyes independientes que las relacionan. La elección de las unidades independientes es arbitraria; una vez hecha, las otras unidades, que se deducen de ellas, son dependientes.

Una ecuación en que intervienen unidades de dos sistemas coherentes distintos contiene forzosamente un coeficiente, que es parásito, puesto que nada impide considerar estas unidades como formando parte de un solo sistema no coherente; tal ecuación se llama hibridizada. También pueden intervenir unidades híbridas, es decir, unidades derivadas definidas a partir de unidades pertenecientes a distintos sistemas coherentes.

III

Para permitir la realización de las medidas se necesitan representaciones materiales, llamadas "patrones", de cierto número de

unidades. El número teórico mínimo de patrones necesario para conservar un sistema de unidades es igual al número de magnitudes fundamentales, obtenido después de haber supuesto sin dimensión todos los coeficientes de las ecuaciones, pero suponiendo que son susceptibles de variar todas las unidades del sistema. Así, como ya dijimos, el patrón de masa podría ser suprimido si se pudiera definir la unidad de masa a partir de las de longitud y de tiempo con precisión y comodidad suficientes.

Con el fin de facilitar las medidas se construyen patrones del mayor número posible de magnitudes, aunque sólo algunos son indispensables para conservar el sistema de unidades; dentro de estos últimos se deben incluir los patrones que teóricamente se podrían determinar en función de los otros, pero sólo mediante medidas que no son suficientemente precisas. Las condiciones que deben reunir los patrones son: la constancia en el tiempo y en el espacio, la posibilidad de ser reproducidos con gran fijeza y precisión y la de ser comparados fácil y exactamente, en cada instante y en cada lugar, con otras magnitudes de la misma especie. Se admite por extensión que el patrón puede no ser invariable, si su variación es reproductible a voluntad, tomando siempre el mismo valor en las mismas condiciones. Finalmente, tratándose de una magnitud característica de cada medio, al fijar un valor determinado para dicha magnitud en cierto medio, se dice que este medio es el patrón de la magnitud considerada.

Algunos autores admiten que las unidades que conservan el sistema deben ser las fundamentales; tal elección, de ningún modo necesaria, no siempre es ventajosa (ver, por ejemplo, el capítulo IV, parágrafo 2, unidades de flujo e intensidad luminosos).

2. Magnitudes fundamentales en electrotécnica

Consideremos las leyes del electromagnetismo y elijamos un grupo de leyes independientes que comprenda las cuatro siguientes, que nos servirán de punto de partida

$$F = k \frac{Q\,Q'}{\varepsilon\varepsilon_0\, r^2} \tag{6}$$

$$F = h \frac{m\,m'}{\mu\mu_0\, r^2} \tag{7}$$

$$dF = \frac{m\,I\,dl\,sen(r, dl)}{\lambda\, r^2} \tag{8}$$

$$I = \frac{Q}{t} \tag{9}$$

k, h y λ son los coeficientes de las leyes (6), (7) y (8) respectivamente, que hemos conservado para poder discutir fácilmente los principales sistemas de unidades existentes. La ley (9) se escribe sin coeficiente propio, así como las restantes leyes independientes, que introducen entonces una nueva magnitud cada una.

λ ha recibido el nombre de coeficiente de acción electromagnética; no debe pensarse en escribir por simetría $\frac{k'}{\lambda}$ en (8), en forma análoga a $\frac{k}{\varepsilon\varepsilon_0}$ en (6) o $\frac{h}{\mu\mu_0}$ en (7), porque λ no depende del medio, sino sólo de la elección de las unidades. Veremos más adelante los valores que se le atribuyen.

ε y μ son números que designan la constante dieléctrica y la permeabilidad relativas, relaciones de la constante dieléctrica $\varepsilon\varepsilon_0$ y de la permeabilidad $\mu\mu_0$ [1] de un medio cualquiera a la constante dieléctrica ε_0 y la permeabilidad μ_0 del vacío respectivamente.

Designaremos en lo que sigue por ε y μ las magnitudes constante dieléctrica y permeabilidad y sus dimensiones.

Las relaciones (6) - (9), de un interés histórico y pedagógico indiscutible, no satisfacen en el estado actual de nuestros conocimientos por la presencia en ellas de la masa magnética, que no tiene existencia real; además, aún la relación (6) es sólo un caso particular, consecuencia de leyes más generales. Es más elegante partir de las ecuaciones de Maxwell que, deducidas tomando las relaciones (6) - (9) como punto de partida, se escriben

$$\frac{1}{\lambda k}\frac{\partial\,(\varepsilon\varepsilon_0 E)}{\partial t} + 4\pi\frac{i}{\lambda} = rot\,H \qquad (10)$$

$$-\frac{1}{\lambda h}\frac{\partial(\mu\mu_0 H)}{\partial t} = rot\,E \qquad (11)$$

Agregando a estas ecuaciones, por ejemplo, la que expresa la densidad de energía del campo electromagnético

$$\frac{1}{8\pi}\left(\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{k} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{h}\right) = \frac{dW}{dV} \qquad (12)$$

---

(1) Es la notación adoptada por la C. E. I. (Comisión Electrotécnica Internacional) a la que nos conformamos, aunque no nos parece la más cómoda.

se obtiene un grupo de ecuaciones que puede reemplazar el (6) - (9) como base.

Los sistemas de unidades clásicos partieron de las fórmulas (6) - (9) para la formación de un sistema coherente: se hizo $k = h = 1$, definiendo la unidad de carga eléctrica (o magnética) de manera que entre dos cargas puntuales unitarias colocadas a la unidad de distancia en un medio homogéneo de constante dieléctrica (o permeabilidad) unidad se ejerza una fuerza unidad; del mismo modo se hizo $\lambda = 1$. Tal era el punto de vista originario pero con el desarrollo de las teorías de la electricidad las fórmulas de Coulomb dejaron de ser las de partida. Con $k = h = \lambda = 1$ se llega a que la ecuación (10) de Maxwell contiene el coeficiente orgánico 4π; como las ecuaciones de Maxwell son más generales, parecía más "racional" a ciertos autores escribirlas sin el coeficiente 4π, o sea adoptarlas como independientes para la formación de un sistema coherente de unidades. Este resultado se puede obtener haciendo $k = h = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{4\pi}$; los sistemas que responden a esta convención han sido llamados "racionalizados" (ver el parágrafo 10); por oposición, los sistemas primitivos, clásicos, que conservan $k = h = 1$ y $\lambda = 1$ (o también, como veremos, $\lambda = c$), se llaman "no racionalizados"; salvo observación expresa, todos los sistemas tratados hasta el parágrafo 9 inclusive se considerarán no racionalizados.

Consideremos las ecuaciones de Maxwell, aplicadas a un medio dieléctrico ($\gamma = o$); el segundo término del primer miembro de la ecuación (10) desaparece; eliminando entonces H entre (10) y (11), obtenemos

$$- \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{\lambda^2 k h}{\varepsilon\varepsilon_o \mu\mu_o} \, rot \, rot \, E$$

de donde se deduce la clásica ecuación de propagación del campo electromagnético variable

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = v^2 \triangle E \tag{13}$$

designando por

$$v = \frac{\lambda \sqrt{k h}}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_o \mu\mu_o}} \tag{14}$$

la velocidad de propagación en un medio homogéneo e indefinido, de constante dieléctrica $\varepsilon\varepsilon_0$ y de permeabilidad $\mu\mu_0$ invariables.

La relación (14) se presta particularmente bien para precisar los valores que se atribuyen a λ. En los sistemas no racionalizados ($k = h = 1$), se puede hacer $\lambda = 1$ definiendo la unidad de velocidad como la de propagación de las ondas electromagnéticas en un medio de constante dieléctrica unidad y de permeabilidad unidad. Según los valores atribuídos a ε_0 y μ_0 tal convención puede resultar cómoda o incómoda; como veremos, en este último caso se hará $\lambda = c$, siendo

$$c = \frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \tag{15}$$

el valor de v en el vacío. En los sistemas racionalizados se hace, como ya indicamos, $\lambda = 4\pi$; se puede también hacer $\lambda = 4\pi c$.

La consideración de las relaciones (6) - (9) demuestra que al pasar de la mecánica a la electricidad, el número de magnitudes nuevas —incluyendo en éstas los coeficientes k, h y λ — es superior en cuatro al número de ecuaciones independientes que vinculan dichas magnitudes nuevas con las mecánicas.

De ello resulta que en el caso *más general* tendremos que agregar *cuatro* magnitudes fundamentales nuevas a las mecánicas; las ecuaciones de dimensión deben pues expresarse en un sistema con *siete* dimensiones de referencia. Tales ecuaciones de dimensión sólo se emplearán en el pasaje de un sistema cualquiera no racionalizado a otro cualquiera racionalizado. Tendremos ocasión de utilizarlas para la exposición de los sistemas racionalizados e indicamos desde ya en el cuadro I [1] las ecuaciones de dimensión y algunas de las relaciones que pueden servir para formarlas; como magnitudes fundamentales tomamos $LMT\mu\lambda kh$.

Las ecuaciones de dimensión con siete magnitudes fundamentales son inútilmente complicadas en muchos casos. En efecto, si queremos pasar de un sistema de unidades no racionalizado a otro no racionalizado, o de un sistema de unidades racionalizado a otro racionalizado, k y h tienen siempre el mismo valor en los

(1) Los símbolos empleados son los adoptados últimamente (1938) por la C. E. I., muchos de ellos provisoriamente (véase la publicación N.° 4 del Comité Electrotécnico Argentino). Sin embargo, en algunos casos tuvimos que designar la f. m. m. por M' en vez de M y el coeficiente de autoinducción por L' en vez de L para evitar confusiones con los símbolos de la dimensión de la masa mecánica y de la longitud respectivamente.

Cuadro I

Magnitud	Símbolo	Formación	Ecuación de dimensión
Constante dieléctrica	$\varepsilon\varepsilon_0$	$v=\lambda\sqrt{kh}/\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}$	$\{L^{-2}T^2\mu^{-1}\lambda^2kh\}$
Permeabilidad	$\mu\mu_0$		$\{\mu\}$
Masa magnética	m	$F=hm^2/\mu\mu_0r^2$	$\{L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{1/2}h^{-1/2}\}$
Flujo de induc. magnética	ϕ	$\phi=4\pi hm$	$\{L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{1/2}h^{1/2}\}$
Inducción magnética	B	$B=\phi/S$	$\{L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{1/2}h^{1/2}\}$
Fuerza magnética	H	$H=B/\mu\mu_0=hm/\mu\mu_0r^2=F/m$	$\{L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2}h^{1/2}\}$
Momento magnético	$\mathfrak{M}$	$\mathfrak{M}=ml$	$\{L^{5/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{1/2}h^{-1/2}\}$
Intensidad de imantación	J	$J=\mathfrak{M}/V$	$\{L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{1/2}h^{-1/2}\}$
Intensidad de corriente	I	$dF=mIdl/\lambda r^2 \quad H=2I/\lambda r$	$\{L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2}\lambda h^{1/2}\}$
Densidad de corriente	i	$i=I/S \quad i=\gamma E$	$\{L^{-3/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2}\lambda h^{1/2}\}$
Fuerza magnetomotriz	M o M'	$M'=4\pi NI/\lambda$	$\{L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2}h^{1/2}\}$
Reluctancia	R o R_m	$R_m=M'/\phi=l/\mu\mu_0S$	$\{L^{-1}\mu^{-1}\}$
Permeancia	Λ	$\Lambda=1/R_m$	$\{L\mu\}$
D.d.p. y f.e.m.	U y E	$U=P/I \quad E=(-N/\lambda h)\,d\phi/dt$	$\{L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}\mu^{1/2}\lambda^{-1}h^{-1/2}\}$
Cantidad de electricidad	Q	$Q=It \quad F=kQ^2/\varepsilon\varepsilon_0r^2$	$\{L^{1/2}M^{1/2}\mu^{-1/2}\lambda h^{1/2}\}$
Capacidad	C	$C=Q/U=2W/U^2$	$\{L^{-1}T^2\mu^{-1}\lambda^2h\}$
Resistencia	R	$R=T/C=V/I$	$\{LT^{-1}\mu\lambda^{-2}h^{-1}\}$
Conductibilidad	γ	$\gamma=1/Rl$	$\{L^{-2}T\mu^{-1}\lambda^2h\}$
Inductancia propia	L o L'	$L'=\lambda hN\phi/I$	$\{L\mu h\}$
Fuerza eléctrica	E	$\varepsilon\varepsilon_0E^2/8\pi k=W/V;E=U/L$	$\{L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}\mu^{1/2}\lambda^{-1}h^{-1/2}\}$
Desplazamiento	D	$D=\varepsilon\varepsilon_0E/4\pi k \;;\; i=dD/dt$	$\{L^{-3/2}M^{1/2}\mu^{-1/2}\lambda h^{1/2}\}$

sistemas que nos interesan y podemos o, mejor dicho, debemos suprimir las dimensiones de k y h con el fin de simplificar la representación. El número de magnitudes fundamentales nuevas queda así reducido a *dos*, por ejemplo μ y λ. Obtenemos de esta manera ecuaciones de dimensión con cinco magnitudes fundamentales, que han sido preconizadas por algunos autores. Es preciso observar sin embargo, que la dimensión del coeficiente λ sólo se justifica si éste no tiene el mismo valor en los sistemas de unidades en presencia; tal será el caso, por ejemplo, si queremos pasar del sistema electromagnético (o del electrostático) de Maxwell al sistema de Gauss. Para facilitar este pasaje hemos indicado en la 2.a columna del cuadro IV las ecuaciones de dimensión de las principales magnitudes con las dimensiones de referencia $LMT\,\mu\lambda$, ecuaciones obtenidas haciendo $[h] = [k] = 1$ en las del cuadro I.

El sistema de Gauss no ha sido muy utilizado y generalmente se emplean sistemas en los que λ tiene siempre el mismo valor;

debe entonces suprimirse la dimensión de λ, con lo que el número de magnitudes nuevas, al pasar de la mecánica al electromagnetismo, supera sólo en *uno* el de ecuaciones independientes. Llegamos así a las ecuaciones con cuatro magnitudes fundamentales, que examinaremos más detenidamente; cuando digamos más adelante que cuatro unidades independientes definen un sistema coherente de unidades eléctricas, se entenderá que ya se han elegido las ecuaciones independientes, fijando por lo tanto k, h y λ.

3. Ecuaciones de dimensión con cuatro dimensiones fundamentales

Establecidas las convenciones que fijan los valores de los coeficientes y conservando estas convenciones, es preciso elegir cuatro dimensiones de referencia — al menos si admitimos como necesarias tres de ellas en mecánica. ¿Cómo orientar la elección? Se han formulado proposiciones y argumentos diversos; vamos a examinarlos rápidamente.

El argumento de continuidad aboga por la adopción de μ (o, eventualmente, de ε) como cuarta magnitud fundamental. Sabemos en efecto que durante alrededor de medio siglo se usaron casi exclusivamente ecuaciones de dimensión con tres dimensiones mecánicas de referencia solamente, obtenidas suponiendo sin dimensión ya sea ε, ya sea μ. Eligiendo ε o μ como cuarta magnitud fundamental agregada a LMT, los exponentes de LMT en las antiguas y nuevas ecuaciones de dimensión son entonces los mismos; las nuevas sólo agregan ε o μ con su exponente respectivo. Las ecuaciones de dimensión en $LMT, [\mu] = 1$ han sido las más usadas; la consideración que precede inclinaría pues a la elección de μ.

Numerosos autores han estimado sin embargo que convendría aprovechar la introducción, recientemente decidida, de un nuevo sistema de unidades, para realizar una modificación más radical, que afecta más profundamente la elección de las magnitudes fundamentales. Las razones invocadas son de orden teórico y práctico.

Según *Giorgi*, la cuarta unidad tendría que ser de origen arbitrario, como el metro, el kilogramo y el segundo, y su patrón debería conservarse junto con los del metro y el kilogramo. Se habría podido elegir el patrón de resistencia o la balanza electrodinámica, lo que dentro de la idea —por cierto no necesaria— de que las unidades que conservan el sistema deben ser las fundamen-

tales, implicaría los grupos de dimensiones fundamentales $LMTR$ o $LMTI$. El punto de vista de *Giorgi* perdió su interés con la decisión —tal vez prematura— de suprimir las unidades internacionales, o sea de basar el valor del ohm no sobre su representación, de origen arbitrario, sino sobre el valor de la permeabilidad del vacío, elegido en forma arbitraria. Trataremos de las unidades internacionales en los parágrafos 4 y 9 de este capítulo y en los Nos. 7, 10, 12 y 16 del capítulo III.

Hasta ahora hemos hablado de la cuarta magnitud fundamental que se debe agregar a las mecánicas LMT; pero es evidente que la conservación de todo el grupo LMT no es indispensable. Así varios autores estiman que se debería abandonar la masa como magnitud fundamental porque ésta no interviene en electromagnetismo, aunque conservando el patrón de masa, el más preciso de todos los patrones.

Conservando L y T y eligiendo para completar Q y Φ (*Kalantaroff*), o U e I (*Giorgi*), etc., se obtienen ecuaciones de dimensión sugestivas por su simetría y de gran comodidad.

Las ecuaciones en $LMT\mu$ presentan en efecto algunos inconvenientes de orden práctico: los exponentes son fraccionarios; la ecuación en sí no suministra a primera vista ningún dato sobre la magnitud que representa; los cálculos que se deben efectuar para pasar de un sistema de unidades a otro son relativamente incómodos. Se pueden suprimir los exponentes fraccionarios ya sea conservando LMT y adoptando I, V, Q, o Φ en lugar de μ, ya sea conservando sólo LT y adoptando p. ej. $Q\Phi$ o UI o aún WI: la introducción de la energía W tendría la ventaja de hacer posible la extensión del grupo a la mecánica, donde se rechazarían, al menos actualmente, magnitudes fundamentales eléctricas, que obligarían por ejemplo a expresar la ecuación de dimensión de la masa en función de las dimensiones de la tensión y de la intensidad de la corriente.

Con las ecuaciones de dimensión en que no figura la masa, el pasaje de un sistema de unidades a otro es más simple; además, como resulta del examen del cuadro III, es con frecuencia inmediata la identificación de la magnitud a partir de su ecuación de dimensión: escribir $[R] = [UI^{-1}]$ es la imagen de una ley conocida, mientras que $[LT^{-1}\mu]$ a priori no indica nada.

En 1938 la C. E. I., en la reunión de Torquay, recomendó la permeabilidad del vacío "como vinculación entre las unidades eléc-

tricas y mecánicas", pero reconoció también que "una cualquiera de las unidades siguientes, ohm, ampere, volt, henry, farad, coulomb, weber, ya empleadas, puede servir de cuarta unidad fundamental, ya que se pueden deducir cada unidad y sus dimensiones de un conjunto cualquiera de otras cuatro mutuamente independientes". Resultaría pues que —si bien se recomienda μ — los autores están en libertad de elegir R, I, U, L, C, Q o Φ como cuarta dimensión fundamental (además de LMT) para formar las ecuaciones de dimensión con cuatro dimensiones de referencia.

El cuadro II resume los procesos que se pueden seguir para obtener rápidamente las ecuaciones de dimensión en los grupos $LMT\mu$, $LMTR$, $LMTI$, $LTUI$, $LTWI$.

Es evidente que en ciertos casos se habrían podido formar las ecuaciones de dimensión de las magnitudes derivadas con la misma facilidad a partir de otras relaciones.

Las relaciones que figuran en este cuadro son *relaciones entre dimensiones*; se escribe p. ej. $M' = I$ en lugar de $M' = 4\pi NI$.

No se ha hecho intervenir, como lo preconizan algunos autores, la dimensión X de la magnitud "enrollamiento", ya que su unidad, la "espira", no varía. Así la dimensión de la f. m. m. es I y no IX.

Damos en el cuadro III las ecuaciones de dimensión en los grupos $LMT\varepsilon$, $LMT\mu$, $LMTR$, $LMTI$, $LMTQ$, $LTQ\Phi$, $LTIU$, $LTWI$.

Es evidente que las ecuaciones de dimensión en $LMT\mu$ se obtienen a partir de las del cuadro I haciendo $[h] = [k] = [\lambda] = 1$.

Partiendo de un grupo determinado $ABCD$, se puede encontrar la ecuación de dimensión de una magnitud cualquiera K en un grupo cualquiera $ABCE$ eliminando D entre las ecuaciones de K y E en el grupo $ABCD$.

4. Clasificación de los sistemas de unidades eléctricas

Una vez hecha la elección entre las unidades racionalizadas o no racionalizadas, quedan por determinar, para definir completamente un sistema coherente de unidades, cuatro unidades independientes que, por continuidad con la mecánica, son generalmente las de longitud, masa y tiempo, y una eléctrica.

En lo que se refiere a esta última, se elige, en la mayoría de los casos, la unidad de permeabilidad (a veces la unidad de cons-

Cuadro II

Símbolo	$LMT\mu$	$LMTR$	$LMTI$	$LTUI$	$LTWI$
$\varepsilon\ \varepsilon_0$	$\varepsilon = 1/v^2\mu$	$\varepsilon = 1/v^2\mu\ ;\ \mu = F/I^2\ ;\ I^2 = P/R$	$\varepsilon = 1/v^2\mu\ ;\ \mu = F/I^2$	$\varepsilon = 1/v^2\mu ; \mu = F/I^2$	$\varepsilon = 1/v^2\mu ; \mu = F/I^2$
$\mu\ \mu_0$	μ	$\mu = F/I^2;\ I^2 = P/R$	$\mu = F/I^2$	$\mu = F/I^2$	$\mu = F/I^2$
ϕ, m	$\phi = m = L\sqrt{F\mu}$	$\phi = W/I\ ;\ I = \sqrt{P/R}$	$\phi = W/I$	$\phi = UT$	$\phi = W/I$
B, J	$B = \phi/S\ ;\ \phi = L\sqrt{F\mu}$	$B = \phi/S;\ \phi = W/I\ ;\ I = \sqrt{P/R}$	$B = \phi/S\ ;\ \phi = W/I$	$B = \phi/S\ ;\ \phi = UT$	$B = \phi/S;\ \phi = W/I$
H	$H = \sqrt{W/V\mu}$	$H = M'/L\ ;\ M' = I = \sqrt{P/R}$	$H = M'/L\ ;\ M' = I$	$H = M'/L\ ;\ M' = I$	$H = M'/L;\ M' = I$
I, M'	$I = \sqrt{F/\mu}$	$I = \sqrt{P/R}$	I	I	I
i	$i = I/S\ ;\ I = \sqrt{F/\mu}$	$i = I/S;\ I = \sqrt{P/R}$	$i = I/S$	$i = I/S$	$i = I/S$
R_m	$R_m = 1/\mu L$	$R_m = 1/L';\ L' = RT$	$R_m = 1/L';\ L' = W/I^2$	$R_m = M'/\phi\ ;\ M' = I\ ;\ \phi = UT$	$R_m = 1/L';\ L' = W/I^2$
U	$U = \phi/T;\ \phi = L\sqrt{F\mu}$	$U = \sqrt{PR}$	$U = P/I$	U	$U = W/IT$
Q	$Q = IT\ ;\ I = \sqrt{F/\mu}$	$Q = IT\ ;\ I = \sqrt{P/R}$	$Q = IT$	$Q = IT$	$Q = IT$
C	$C = W/U^2;\ U = \phi/T;\ \phi = L\sqrt{F\mu}$	$C = T/R$	$C = Q^2/W;\ Q = IT$	$C = W/U^2$	$C = Q^2/W;\ Q = IT$
R	$R = P/I^2;\ I^2 = F/\mu$	R	$R = P/I^2$	$R = U/I$	$R = W/I^2T$
γ	$\gamma = 1/RL;\ R = P/I^2;\ I^2 = F/\mu$	$\gamma = 1/RL$	$\gamma = 1/RL;\ R = P/I^2$	$\gamma = 1/RL\ ;\ R = U/I$	$\gamma = 1/RL\ ;\ R = W/I^2T$
L'	$L' = 1/R_m = \mu L$	$L' = RT$	$L' = W/I^2$	$L' = W/I^2$	$L' = W/I^2$
E	$E = \sqrt{W/V\varepsilon}\ ;\ \varepsilon = 1/v^2\mu$	$E = U/L\ ;\ U = \sqrt{PR}$	$E = F/Q\ ;\ Q = IT$	$E = U/L$	$E = U/L\ ;\ U = W/IT$
D	$D = Q/S\ ;\ Q = IT;\ I = \sqrt{F/\mu}$	$D = Q/S;\ Q = IT;\ I = \sqrt{P/R}$	$D = Q/S\ \ Q = IT$	$D = Q/S\ \ Q = IT$	$D = Q/S\ ;\ Q = IT$
	$F = ML/T^2$	$W = ML^2/T^2$	$P = ML^2/T^3$	$F = UIT/L\ \ W = UIT$	$F = W/L$
	$S = L^2$	$V = L^3$	$v = L/T$		

Cuadro III

Símbolo	$LMT\varepsilon$	$LMT\mu$	$LMTR$	$LMTI$	$LMTQ$	$LTQ\phi$	$LTIU$	$LTWI$
$\varepsilon\ \varepsilon_0$	ε	$L^{-2}T^2\mu^{-1}$	$L^{-1}TR^{-1}$	$L^{-3}M^{-1}T^4I^2$	$L^{-3}M^{-1}T^2Q^2$	$L^{-1}TQ\phi^{-1}$	$L^{-1}TIU^{-1}$	$L^{-1}T^2W^{-1}I^2$
$\mu\ \mu_0$	$L^{-2}T^2\varepsilon^{-1}$	μ	$L^{-1}TR$	$LMT^{-2}I^{-2}$	LMQ^{-2}	$L^{-1}TQ^{-1}\phi$	$L^{-1}TI^{-1}U$	$L^{-1}WI^{-2}$
m, ϕ	$L^{1/2}M^{1/2}\varepsilon^{-1/2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{1/2}$	$LM^{1/2}T^{-1/2}R^{1/2}$	$L^2MT^{-2}I^{-1}$	$L^2MT^{-1}Q^{-1}$	ϕ	TU	WI^{-1}
B, J	$L^{-3/2}M^{1/2}\varepsilon^{-1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{1/2}$	$L^{-1}M^{1/2}T^{-1/2}R^{1/2}$	$MT^{-2}I^{-1}$	$MT^{-1}Q^{-1}$	$L^{-2}\phi$	$L^{-2}TU$	$L^{-2}WI^{-1}$
m	$L^{3/2}M^{1/2}\varepsilon^{-1/2}$	$L^{5/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{1/2}$	$L^2M^{1/2}T^{-1/2}R^{1/2}$	$L^3MT^{-2}I^{-1}$	$L^3MT^{-1}Q^{-1}$	$L\phi$	LTU	LWI^{-1}
H	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon^{1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2}$	$M^{1/2}T^{-3/2}R^{-1/2}$	$L^{-1}I$	$L^{-1}T^{-1}Q$	$L^{-1}T^{-1}Q$	$L^{-1}I$	$L^{-1}I$
I, M'	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon^{1/2}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2}$	$LM^{1/2}T^{-3/2}R^{-1/2}$	I	$T^{-1}Q$	$T^{-1}Q$	I	I
i	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon^{1/2}$	$L^{-3/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2}$	$L^{-1}M^{1/2}T^{-3/2}R^{-1/2}$	$L^{-2}I$	$L^{-2}T^{-1}Q$	$L^{-2}T^{-1}Q$	$L^{-2}I$	$L^{-2}I$
R_m	$LT^{-2}\varepsilon$	$L^{-1}\mu^{-1}$	$T^{-1}R^{-1}$	$L^{-2}M^{-1}T^2I^2$	$L^{-2}M^{-1}Q^2$	$T^{-1}Q\phi^{-1}$	$T^{-1}IU^{-1}$	$W^{-1}I^2$
U	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon^{-1/2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}\mu^{1/2}$	$LM^{1/2}T^{-3/2}R^{1/2}$	$L^2MT^{-3}I^{-1}$	$L^2MT^{-2}Q^{-1}$	$T^{-1}\phi$	U	$T^{-1}WI^{-1}$
Q	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon^{1/2}$	$L^{1/2}M^{1/2}\mu^{-1/2}$	$LM^{1/2}T^{-1/2}R^{-1/2}$	TI	Q	Q	TI	TI
C	$L\varepsilon$	$L^{-1}T^2\mu^{-1}$	TR^{-1}	$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$	$L^{-2}M^{-1}T^2Q^2$	$TQ\phi^{-1}$	TIU^{-1}	$T^2W^{-1}I^2$
R	$L^{-1}T\varepsilon^{-1}$	$LT^{-1}\mu$	R	$L^2MT^{-3}I^{-2}$	$L^2MT^{-1}Q^{-2}$	$Q^{-1}\phi$	$I^{-1}U$	$T^{-1}WI^{-2}$
γ	$T^{-1}\varepsilon$	$L^{-2}T\mu^{-1}$	$L^{-1}R^{-1}$	$L^{-3}M^{-1}T^3I^2$	$L^{-3}M^{-1}TQ^2$	$L^{-1}Q\phi^{-1}$	$L^{-1}IU^{-1}$	$L^{-1}TW^{-1}I^2$
L'	$L^{-1}T^2\varepsilon^{-1}$	$L\mu$	TR	$L^2MT^{-2}I^{-2}$	L^2MQ^{-2}	$TQ^{-1}\phi$	$TI^{-1}U$	WI^{-2}
E	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon^{-1/2}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}\mu^{1/2}$	$M^{1/2}T^{-3/2}R^{1/2}$	$LMT^{-3}I^{-1}$	$LMT^{-2}Q^{-1}$	$L^{-1}T^{-1}\phi$	$L^{-1}U$	$L^{-1}T^{-1}WI^{-1}$
D	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon^{1/2}$	$L^{-3/2}M^{1/2}\mu^{-1/2}$	$L^{-1}M^{1/2}T^{-1/2}R^{-1/2}$	$L^{-2}TI$	$L^{-2}Q$	$L^{-2}Q$	$L^{-2}TI$	$L^{-2}TI$

tante dieléctrica), fijando simplemente un valor determinado a la permeabilidad (o, respectivamente, a la constante dieléctrica) del vacío. Los sistemas de unidades correspondientes se llaman "absolutos" [1], sean o no racionalizados.

Si hacemos $\mu_0 = 1$, es decir, si elegimos como unidad de permeabilidad la del vacío, definimos sistemas llamados "electromagnéticos" (E. M.) que pueden ser racionalizados o no. Nos limitaremos a estos últimos ($\lambda = 1$); la relación (15), donde c es la velocidad de la luz en el vacío, muestra inmediatamente que el valor de ε_0 en los sistemas electromagnéticos es igual a $\frac{1}{c^2}$.

Si hacemos $\varepsilon_0 = 1$, es decir, si elegimos la constante dieléctrica del vacío como unidad de constante dieléctrica, definimos sistemas llamados "electrostáticos" (E. S.). La relación (15) muestra que el valor de la permeabilidad del vacío en los sistemas electrostáticos no racionalizados ($\lambda = 1$) es $\mu_0 = \frac{1}{c^2}$.

Merecen atención especial los sistemas simétricos, en los que se fijan valores iguales a ε_0 y μ_0. Introducimos en ellos *dos* unidades eléctricas, de modo que si además fijamos las unidades mecánicas, el sistema deja en general de ser coherente, o sea el coeficiente parásito λ deja de ser igual a 1. Se eligió así $\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$; (15) da entonces (sistemas no racionalizados) $\lambda = c$.

La única manera de conservar $\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$ y $\lambda = 1$ (o sea, de volver a un sistema coherente) consiste en elegir unidades mecánicas tales que la unidad de velocidad sea la velocidad de la luz en el vacío, lo que generalmente es incómodo.

Se puede elegir otro sistema simétrico donde $\varepsilon_0 = \mu_0 = \frac{1}{c}$; tal sistema es coherente, puesto que se tiene $\lambda = 1$ (sistemas no racionalizados).

Veamos ahora la cuestión de las unidades mecánicas. Se eligieron para el uso en electricidad el centímetro, el gramo y el segundo (C. G. S.), unidades que asociadas a las condiciones sea $\mu_0 = 1$, sea $\varepsilon_0 = 1$, definieron completamente los sistemas coherentes electromagnético y electrostático C. G. S. respectivamente, llamados sistemas de Maxwell; designaremos por E. M. C. G. S. al

(1) Existe cierta discrepancia en las denominaciones de determinados sistemas y algunas de las que hemos adoptado aquí pueden no coincidir con las utilizadas por otros autores.

primero y por E. S. C. G. S. al segundo; salvo observación especial estos sistemas se entienden no racionalizados.

Las unidades C. G. S., junto con la condición $\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$, determinan el sistema llamado de Gauss, no coherente.

Las unidades eléctricas de los sistemas C. G. S. resultaron poco cómodas; se adoptaron unidades prácticas elegidas como múltiplos y submúltiplos decimales de las E. M. C. G. S. Las unidades prácticas pueden formar parte de varios sistemas completos coherentes, como ser el Q. E. S. (quadrant, eleventh [1], second), electromagnético, o el M. K. S. (metro, kilogramo, segundo), no electromagnético, con la unidad de permeabilidad igual (si no es racionalizado) a 10^7 veces la permeabilidad del vacío, etc.

Todos los sistemas considerados hasta ahora son absolutos. Ciertas medidas, llamadas "absolutas", permiten determinar los valores de diversas magnitudes eléctricas en función de las unidades mecánicas y de la unidad de permeabilidad (o de constante dieléctrica). Volveremos más adelante sobre la interpretación originaria de estas medidas, que permiten definir —a partir de los patrones mecánicos y del valor atribuído a μ_0 o a ε_0— patrones de resistencia, capacidad, etc., que son indispensables para las medidas corrientes.

Sin embargo la precisión de las medidas absolutas no es todavía muy grande (ver el parágrafo 9 de este capítulo y los Nos. 12 y 16 del capítulo III) y por supuesto era menor hace algunas decenas de años. Para no tener que modificar constantemente los patrones eléctricos con el progreso de las medidas absolutas, se creó en 1908 el sistema "internacional" de unidades, basado en las representaciones del ohm y del ampere absolutos, a saber, el "ohm internacional", que es la resistencia a $0°$ C de una columna de mercurio puro de longitud y masa especificadas, y el "ampere internacional", que es la intensidad de corriente que produce determinados efectos electrolíticos. El progreso de las medidas absolutas sólo hace variar la relación entre las unidades internacionales y las absolutas; resulta de la definición misma que los valores de las primeras se fijaron tan próximos de los de las segundas como lo permitían las medidas en aquella época; y aún ahora se pueden confundir, en las medidas corrientes, las unidades absolutas con las internacionales.

---

(1) Eleventh = onceavo designa al exponente de 10 en el factor de conversión 10^{-11} de la unidad C. G. S. en la Q. E. S.

Se observará que se fijaron dos unidades eléctricas internacionales, la de resistencia y la de intensidad. Hemos visto que para definir un sistema de unidades basta agregar una sola unidad eléctrica a las mecánicas; podemos elegir la de resistencia, lo que equivale en último análisis a elegir como unidad independiente la de conductibilidad en lugar de la de permeabilidad; nos fijamos el valor de la conductibilidad del mercurio a 0^o C en vez del valor de μ_o. Pero las medidas que permiten determinar los patrones de las otras magnitudes en función del ohm y de las unidades mecánicas son tan incómodas y poco precisas como las absolutas y sólo la elección de dos unidades eléctricas pudo resolver el problema en forma satisfactoria.

Las unidades de resistencia e intensidad internacionales fijan el watt internacional; se conservó el segundo definiendo el joule internacional; sucesivamente se deducen el coulomb, volt, weber, farad, henry y siemens internacionales. Esta serie de unidades forma el llamado "sistema internacional", que es un sistema incompleto. Podemos completarlo p. ej. con el metro, pero es de notar que la unidad de masa del sistema coherente así completado *no es el kilogramo*, del que difiere en 3.10^{-4} aproximadamente. Por ser incompleto evitaremos en lo que sigue la denominación "sistema internacional", utilizando en cambio la de "serie de unidades internacionales" o "unidades internacionales".

Las unidades internacionales tienen su razón de ser en la imprecisión de las medidas absolutas y van a desaparecer próximamente (ver el parágrafo 9); de aquí en adelante, salvo observación especial, sólo nos ocuparemos de los sistemas absolutos.

Nota anexa: sistema electrodinámico.

La fórmula de Ampère se escribe, partiendo de las ecuaciones (6) - (9)

$$d^2F = \frac{2\,\mu\mu_o\, I\, I'\, dl\, dl'}{\lambda^2 h r^2}\left(\cos\psi - \frac{3}{2}\cos\Theta\cos\Theta'\right) \qquad (16)$$

Originariamente fué establecida con $\lambda = h = \mu_o = 1$ y con una unidad de corriente particular que suprime el coeficiente orgánico 2: esta unidad recibió el nombre de *electrodinámica;* es $\sqrt{2}$ veces menor que la unidad electromagnética.

Tal convención equivale a tomar la ecuación (16) como independiente para definir un sistema coherente de unidades, llamado

electrodinámico, determinado por la unidad electrodinámica de corriente y las unidades de longitud, masa y tiempo. Este sistema, mencionado en varios textos, no ha sido empleado.

5. Sistemas C. G. S. Ecuaciones de dimensión en LMT

El sistema C. G. S. más utilizado ha sido el electromagnético de Maxwell.

El sistema electrostático de Maxwell, usado ahora excepcionalmente, tenía y tiene su justificación en la forma cómoda con que permite escribir las ecuaciones de electrostática (ver el ejercicio N.° 1 del capítulo II, cálculo de las capacidades); sus inconvenientes surgen al extender su uso al dominio del electromagnetismo.

El sistema de Gauss sólo ha sido utilizado en algunos trabajos teóricos importantes.

Las ecuaciones de dimensión que generalmente acompañan en los textos al sistema E. M. C. G. S. han sido obtenidas haciendo $[\mu] = 1$ y por consiguiente $[\varepsilon] = \left[\frac{1}{v^2}\right]$, ya que $[\lambda] = 1$ (sistema coherente). Para distinguirlas, las llamaremos ecuaciones en LMT del sistema electromagnético de Maxwell, aunque queremos destacar que a un sistema de unidades conviene asociar ecuaciones de dimensión elegidas en función del cambio de unidades que se quiere hacer (único fin que nos preocupa aquí).

Las ecuaciones de dimensión que generalmente acompañan en los textos al sistema E. S. C. G. S. han sido obtenidas haciendo $[\varepsilon] = 1$ y por consiguiente $[\mu] = \left[\frac{1}{v^2}\right]$, ya que $[\lambda] = 1$ (sistema coherente). Las llamaremos ecuaciones en LMT del sistema electrostático de Maxwell.

Las ecuaciones de dimensión que generalmente acompañan en los textos al sistema de Gauss han sido obtenidas haciendo $[\varepsilon] = [\mu] = 1$, o sea $[\lambda] = \left[\frac{1}{v}\right]$ (sistema no coherente); las llamaremos ecuaciones en LMT del sistema de Gauss.

Si partimos de las ecuaciones de dimensión con $LMT\mu\lambda$ (columna 2 del cuadro IV) como dimensiones de referencia, basta hacer $[\mu] = [\lambda] = 1$ (columna 3 del cuadro IV), para obtener las ecuaciones en LMT del sistema electromagnético de Maxwell, hacer

Cuadro IV

Símbolo	$LMT\mu\lambda$	LMT			U. E.M.C.G.S. / U. E.S.C.G.S.	U. E.M.C.G.S. / U. GAUSS	U. E.S.C.G.S. / U. GAUSS
		E.M. (MAXWELL)	E.S. (MAXWELL)	(GAUSS)			
$\varepsilon\varepsilon_0$	$L^{-2}T^2\mu^{-1}\lambda^2$	$L^{-2}T^2$	1	1	c^2	c^2	1
$\mu\mu_0$	μ	1	$L^{-2}T^2$	1	c^{-2}	1	c^2
m,ϕ	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{1/2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{1/2}M^{1/2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$	c^{-1}	1	c
B,J	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{-3/2}M^{1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	c^{-1}	1	c
H	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2}$		$L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}$		c	1	c^{-1}
M'	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$	c	1	c^{-1}
I	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2}\lambda$			$L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}$	c	c	1
i	$L^{-3/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2}\lambda$	$L^{-3/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-2}$	c	c	1
R_m	$L^{-1}\mu^{-1}$	L^{-1}	LT^{-2}	L^{-1}	c^2	1	c^{-2}
U	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}\mu^{1/2}\lambda^{-1}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$	c^{-1}	c^{-1}	1
Q	$L^{1/2}M^{1/2}\mu^{-1/2}\lambda$	$L^{1/2}M^{1/2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$	c	c	1
C	$L^{-1}T^2\mu^{-1}\lambda^2$	$L^{-1}T^2$	L	L	c^2	c^2	1
R	$LT^{-1}\mu\lambda^{-2}$	LT^{-1}	$L^{-1}T$	$L^{-1}T$	c^{-2}	c^{-2}	1
γ	$L^{-2}T\mu^{-1}\lambda^2$	$L^{-2}T$	T^{-1}	T^{-1}	c^2	c^2	1
L'	$L\mu$	L	$L^{-1}T^2$	L	c^{-2}	1	c^2
E	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}\mu^{1/2}\lambda^{-1}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	c^{-1}	c^{-1}	1
D	$L^{-3/2}M^{1/2}\mu^{-1/2}\lambda$	$L^{-3/2}M^{1/2}$			c	c	1

$[\lambda] = 1$, $[\mu] = \left[\frac{1}{v^2}\right] = [L^{-2}T^2]$ (columna 4 del cuadro IV) para obtener las en LMT del sistema electrostático de Maxwell, y hacer $[\mu] = 1$ y $[\lambda] = [v] = [LT^{-1}]$ (columna 5 del cuadro IV), para obtener las en LMT del sistema de Gauss.

Por supuesto originariamente las ecuaciones de dimensión con tres dimensiones LMT de referencia se obtuvieron directamente.

Las ecuaciones de dimensión en LMT del sistema electromagnético de Maxwell se pueden obtener partiendo de la ley de Coulomb relativa a las masas magnéticas colocadas en el vacío, escrita bajo la forma

$$F = \frac{mm'}{r^2} \qquad \text{de donde} \qquad [m] = [L\sqrt{F}]$$

suprimiendo la dimensión de μ.

Una ecuación de vinculación entre las unidades eléctricas y magnéticas es por ejemplo

$$F = \frac{2mI}{l} \qquad \text{de donde} \qquad [I] = [\sqrt{F}]$$

y, por consiguiente,

$$[Q] = [IT] = [T\sqrt{F}]$$

Pero de la fórmula de Coulomb relativa a las masas eléctricas se deduce, conservando forzosamente la dimensión de ε, $[Q] = [L\sqrt{\varepsilon F}]$, de modo que $[\varepsilon] = [L^{-2}T^2]$.

Las ecuaciones de dimensión en LMT del sistema electrostático de Maxwell han sido obtenidas a partir de la ley de Coulomb relativa a las masas eléctricas en el vacío, escrita bajo la forma

$$F = \frac{QQ'}{r^2} \qquad \text{de donde} \qquad [Q] = [L\sqrt{F}]$$

suprimiendo la dimensión de ε. Siguiendo un razonamiento análogo al anterior se llega a que $[\mu] = [L^{-2}T^2]$.

Las ecuaciones de dimensión en LMT del sistema de Gauss han sido obtenidas partiendo simultáneamente de las dos leyes de Coulomb referentes al vacío

$$F = \frac{QQ'}{r^2} \qquad F = \frac{mm'}{r^2}$$

lo que obliga a escribir ($[\varepsilon] = [\mu] = 1$)

$$F = \frac{2mI}{\lambda l}$$

con $[\lambda] = [LT^{-1}]$.

Las unidades eléctricas del sistema de Gauss son las del sistema E. S. de Maxwell; las magnéticas en cambio se identifican con las del sistema E. M. de Maxwell.

Las ecuaciones de dimensión en *LMT* planteaban dos interrogantes:

1) ¿Cómo explicar el hecho de que la misma magnitud tiene dimensiones distintas en función de las mismas dimensiones de referencia?

2) ¿Cómo efectuar el pasaje entre los sistemas electromagnético y electrostático de Maxwell y de Gauss?

Ambas dificultades se deben evidentemente al hecho de que las ecuaciones de dimensión en *LMT* son incompletas; se ha suprimido en ellas, en forma arbitraria, ya sea ε, ya sea μ, ya sea λ, con sus exponentes respectivos. Tal supresión se debía a la creencia, general en aquella época, de que se debía poder "interpretar" la electricidad por la mecánica; las medidas "absolutas" (de ahí su nombre) "daban" los valores de las magnitudes eléctricas en función de los de magnitudes mecánicas solamente.

Las ecuaciones de dimensión en *LMT* debían inspirar analogías.

En el sistema electrostático la capacidad tiene la dimensión de una longitud; la conductancia, la de una velocidad. A título de curiosidad indicaremos cómo trató *Lord Kelvin* de "ilustrar" este último resultado: imaginemos una esfera que tiene una carga Q y presenta una diferencia de potencial U con respecto al suelo. Si se pone la esfera a tierra por intermedio de un hilo de conductancia G, el valor numérico de esta conductancia es igual al de la velocidad con que debe disminuir el radio de la esfera para que, a pesar de la disminución de la carga causada por la puesta a tierra, el potencial de la esfera permanezca constante.

En el sistema electromagnético, el coeficiente de inducción tiene la dimensión de una longitud y la resistencia la de una velocidad. Este último resultado fué también "ilustrado" por *Lord Kelvin* considerando un hilo que se desliza con velocidad constante sobre dos rieles paralelos, permaneciendo siempre normal a ellos. Los rieles están unidos en un extremo y se colocan en un campo mag-

nético uniforme, normal a su plano. Eligiendo convenientemente los valores de los elementos del dispositivo, la velocidad con la que es necesario desplazar el hilo para que la corriente en el circuito permanezca constante es igual numéricamente a la resistencia del circuito.

Los citados ensayos de interpretación mecánica de las magnitudes eléctricas o magnéticas no son convincentes; partiendo de otras experiencias o fórmulas se pueden, en determinadas condiciones, obtener proporcionalidades entre los valores numéricos de la resistencia y de alguna otra magnitud.

Creyendo que la presencia de los exponentes fraccionarios impedía la interpretación buscada, se eliminaron dichos exponentes introduciendo la densidad o la fuerza en lugar de la masa como magnitud fundamental, pero las nuevas ecuaciones de dimensión resultaron tan incapaces como las antiguas de traer alguna aclaración.

Se fué más lejos suponiendo que la dimensión de ε o μ es la de una densidad, la inversa de la de una velocidad, etc. Estas últimas hipótesis son absurdas desde el punto de vista de la aplicación de las ecuaciones obtenidas al cambio de sistema de unidades, y sólo se justifican por el deseo mencionado de obtener una explicación puramente mecánica de los fenómenos electromagnéticos. Como tampoco fueron eficaces en este sentido, se abandonaron las tentativas de esta naturaleza.

Veamos ahora cómo se resuelve el problema del pasaje del sistema electromagnético al electrostático de Maxwell a partir de las ecuaciones de dimensión en LMT. Es fácil demostrar que la relación de estas dimensiones de una misma magnitud en los dos sistemas es una cierta potencia de la dimensión de la velocidad. En efecto, sea

$$[G]\ [\mu^{\beta}] \qquad \text{donde} \qquad [G] = [L^{\alpha} M^{\gamma} T^{\delta}]$$

la ecuación de dimensión de una magnitud cualquiera en LMT μ, la dimensión de la magnitud en LMT, $[\mu] = 1$ es $[G]$; en LMT ε es $[G]\,[\varepsilon^{-1} L^{-2} T^{2}]^{\beta}$, en LMT, $[\varepsilon] = 1$ es $[G]\,[L^{-2} T^{2}]^{\beta}$, de donde

$$\frac{\textit{dimensión en LMT de una magnitud en el S. E. M. de Maxwell}}{\textit{dimensión en LMT de la misma magnitud en el S. E. S. de Maxwell}} =$$

$$= [L^{-2} T^{2}]^{-\beta} = [v]^{2\beta} \qquad (17)$$

Basta consultar el cuadro IV para ver que 2β sólo puede ser igual a -2, -1, 0, 1, 2. La relación (17) trae como consecuencia

$$\frac{\textit{unidad}\ \text{E.M.C.G.S.}}{\textit{unidad}\ \text{E.S.C.G.S.}} = v^{-2\beta} = \frac{\textit{valor numérico en el}\ \text{S.E.S.C.G.S.}}{\textit{valor numérico en el}\ \text{S.E.M.C.G.S.}} \quad (17a)$$

donde v representa cierta velocidad que resulta igual a la de propagación de las ondas electromagnéticas en el vacío, c. Se tiene $c = 2{,}998_5 . 10^{10}$ cm/s $\cong 3.10^{10}$ cm/s.

En realidad el pasaje del sistema electromagnético al electrostático se presenta en forma mucho más simple y perfectamente clara si restablecemos la dimensión de μ (o ε) suprimida sin razón válida alguna. En el sistema electromagnético nos fijamos $\mu_o = 1$, $\varepsilon_o = \frac{1}{c^2}$, mientras que en el electrostático hacemos $\mu_o = \frac{1}{c^2}$, $\varepsilon_o = 1$: las unidades de μ y ε no son las mismas y resulta inadmisible no hacer figurar las dimensiones correspondientes en las ecuaciones de dimensión. Generalmente se trata del pasaje del sistema E. M. C. G. S. al E. S. C. G. S., es decir, entre dos sistemas con las mismas unidades mecánicas. Resulta entonces que para el cambio de unidades no habría inconveniente en dejar de escribir la parte en LMT de las ecuaciones de dimensión conservando únicamente μ o ε con su exponente respectivo: es precisamente lo *contrario* de lo que se ha hecho. Si β es el exponente de μ en la ecuación de dimensión en $LMT\mu$ de una magnitud cualquiera $L^x M^y T^z \mu^\beta$, resulta en efecto, designando por símbolos con índice "1" las unidades del sistema E. M. C. G. S. y con índice "2" las del E. S. C. G. S.

$$\frac{\textit{unidad}\ \text{E. M. C. G. S.}}{\textit{unidad}\ \text{E. S. C. G. S.}} = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^x \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^y \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^z \left(\frac{\mu_1}{\mu_2}\right)^\beta$$

y como

$$L_1 = L_2 = 1\ \text{cm}\ ;\quad M_1 = M_2 = 1\ \text{g}\ ;\quad T_1 = T_2 = 1\ \text{s}\ ;$$
$$\mu_1 = \mu_o\ ,\quad \mu_2 = c^2\mu_o$$

se tiene

$$\frac{\textit{unidad}\ \text{E.M.C.G.S.}}{\textit{unidad}\ \text{E.S.C.G.S.}} = c^{-2\beta} \quad (17b)$$

resultado ya enunciado.

Los factores $c^{-2\beta}$ están dados en la 6.a columna del cuadro IV.

El problema del pasaje de los sistemas electrostático o electro-

magnético de Maxwell al de Gauss, se presenta de la misma manera. Como λ no tiene el mismo valor en los dos es necesario considerar las ecuaciones con cinco dimensiones de referencia. Como se conservan las mismas unidades mecánicas en los dos sistemas, podemos no considerar la parte en LMT de las ecuaciones de dimensión. Pero hay más: como $\mu_0 = 1$ en el sistema electromagnético de Maxwell y el sistema de Gauss, será conveniente, para considerar el pasaje de uno a otro de estos dos sistemas, tomar las ecuaciones de dimensión en $LMT\mu\lambda$ y prescindir de μ al igual que de LMT.

Tendremos (λ_1 es el valor numérico de λ en el sistema E. M. C. G. S. y λ_2 en el de Gauss)

$$\frac{unidad\ \text{E.M.C.G.S.}}{unidad\ \text{Gauss}} = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{\gamma} = c^{\gamma} \qquad (18)$$

donde γ es el exponente de λ en las ecuaciones de dimensión en $LMT\mu\lambda$. Los factores c^{γ} están dados en la 7.a columna del cuadro IV.

Veamos todavía el pasaje del S. E. S. C. G. S. (índice "1") al de Gauss (índice "2"). Se obtiene una fórmula análoga a la (18) reemplazando γ por γ', exponente de λ en las ecuaciones de dimensión en $LMT\varepsilon\lambda$. Si disponemos de las ecuaciones en $LMT\mu\lambda$ basta observar que al factor μ^{β} que figura en ellas corresponde $\lambda^{2\beta}\varepsilon^{-\beta}(L^{-2}T^{2})^{\beta}$ en las primeras; como ε, L y T no interesan, tendremos

$$\frac{unidad\ \text{E.S.C.G.S.}}{unidad\ \text{Gauss}} = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{2\beta+\gamma} = c^{2\beta+\gamma} = c^{\gamma'} \qquad (19)$$

Los factores $c^{2\beta+\gamma}$ están dados en la 8.a columna del cuadro IV.

6. Unidades prácticas. Sistema Q. E. S.

Las unidades eléctricas del sistema E. M. C. G. S. resultaron muy poco cómodas, de manera que fué necesario utilizar sus múltiplos o submúltiplos decimales y, siempre para mayor comodidad, en lugar de caracterizar esos múltiplos o submúltiplos por un prefijo, se les dieron nombres propios. Así se crearon primero (ver capítulo III, N.o 2) el ohm, el volt y el farad, siendo

1 ohm $= 10^9$ U. E. M. C. G. S. de resistencia, valor próximo al del patrón Siemens, que se usaba entonces;

1 volt $= 10^8$ U. E. M. C. G. S. de tensión, valor próximo a la f. e. m. de la pila Daniell, la más usada en aquella época en los labo-

ratorios; veremos más adelante que es de lamentar que no se haya elegido la unidad práctica de tensión igual a 10^9 U.E.M.C.G.S.;

1 farad = 10^{-9} U. E. M. C. G. S. de capacidad, valor notoriamente incómodo y que no se utiliza nunca; se emplean en la práctica el microfarad, $1\mu F = 10^{-6}F$, y aún el micromicrofarad $1\mu\mu F = 10^{-12}F$.

Siguieron otras unidades coherentes con las precedentes (ver capítulo III, Nos. 3, 5, 13, 15, 17):

1 ampere = 10^{-1} U. E. M. C. G. S. de intensidad de corriente;
1 coulomb = 10^{-1} U. E. M. C. G. S. de cantidad de electricidad;
1 henry = 10^9 U. E. M. C. G. S. de coeficiente de inducción;
1 watt = 10^7 U. C. G. S. de potencia;
1 joule = 10^7 erg

y más recientemente [1]

1 weber = 10^8 U. E. M. C. G. S. de flujo magnético.

La serie indicada de unidades prácticas se reduce pues a tres unidades independientes; sabemos que agregándoles una cuarta unidad independiente definimos completamente un sistema coherente de unidades eléctricas.

El primer desarrollo de las unidades prácticas en un sistema completo se debe a *Maxwell*, quien consideró el ohm, el volt y el farad, fijando implícitamente la cuarta unidad al admitir en su sistema $\mu_o = 1$. La elección de μ_o como unidad de permeabilidad, hecha de acuerdo con las ideas de la época, no es de ningún modo necesaria; veremos más adelante que el cambio de la unidad de μ permite desarrollar el sistema que comprende el ohm, el volt y el farad, y por consiguiente todas las unidades prácticas, en sistemas completos más interesantes que el obtenido por *Maxwell*.

Numerosos autores designan por "sistema práctico" a las nueve unidades prácticas indicadas, y también al sistema práctico de Maxwell (Q. E. S.). En realidad, en virtud de que se han propuesto varios sistemas prácticos, no debe decirse "sistema práctico" sin precisar cual. Las nueve unidades prácticas no forman por sí solas

(1) Se recomendaron también el nombre de siemens para designar la unidad práctica de conductancia, igual por supuesto a 10^{-9} U. E. M. C. G. S., y el nombre de hertz para designar la unidad de frecuencia, común a todos los sistemas en uso. No obstante, hablamos en lo que sigue de la serie de nueve y no de once unidades prácticas, porque se permite emplear cualquier otra designación, con tal que sea correcta, para las unidades de frecuencia y práctica de conductancia.

un sistema práctico completo; pertenecen a la vez a varios de estos últimos, de modo que las designaremos de preferencia por "serie" de unidades prácticas. Pero se puede decir "unidad práctica" de resistencia porque ésta es común a todos los sistemas prácticos que realmente han sido utilizados: hacemos abstracción de los sistemas como el de Brylinski (ver parágrafo 8).

Pasemos al estudio del sistema práctico de Maxwell (no racionalizado).

Designemos mediante símbolos con índice "1" las unidades del sistema electromagnético C. G. S. y mediante símbolos con índice "2" las unidades del sistema electromagnético práctico. Hagamos

$$\frac{L_2}{L_1} = 10^x \qquad \frac{M_2}{M_1} = 10^y \qquad \frac{T_2}{T_1} = 10^z$$

o sea

$$L_2 = 10^x \text{ cm} \qquad M_2 = 10^y \text{ g} \qquad T_2 = 10^z \text{ s}$$

Se tiene por definición: *1* ohm $= 10^9$ U. E. M. C. G. S., y siendo la ecuación de dimensión de la resistencia $[R] = [L\,T^{-1}]$ (no hacemos figurar la dimensión de μ porque la unidad de permeabilidad es la misma en los dos sistemas)

$$\left(\frac{L_2}{L_1}\right)\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{-1} = 10^9$$

de donde

$$x - z = 9 \tag{20}$$

Del mismo modo, por la condición: *1* volt $= 10^8$ U. E. M. C. G. S., y siendo la ecuación de dimensión de la tensión $[U] = [L^{3/2}\,M^{1/2}\,T^{-2}]$

$$\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}y - 2z = 8 \tag{21}$$

y finalmente, por la condición: *1* farad $= 10^{-9}$ U. E. M. C. G. S., siendo la ecuación de dimensión de la capacidad $[C] = [L^{-1}\,T^2]$

$$-x + 2z = -9 \tag{22}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones (20), (21) y (22) se obtiene

$$x = 9 \quad : \; L_2 = 10^9 \text{ cm}$$
$$y = -11 : \; M_2 = 10^{-11} \text{ g}$$
$$z = 0 \quad : \; T_2 = 1 \text{ s}$$

Las nueve unidades prácticas pertenecen pues a un sistema electromagnético ($\mu_0 = 1$) que tiene por unidades mecánicas fundamentales el cuadrante (10^9 cm), 10^{-11} gramos y el segundo. Se suele designar este sistema con el nombre Q. E. S.

Es indudable que al crear el volt, el ohm y el farad, no se tenía la intención de reemplazar el sistema E. M. C. G. S. por el Q. E. S., en el que no solamente las unidades mecánicas sino también algunas unidades magnéticas son incómodas.

La unidad de longitud es muy grande (10^4 km), la de masa es sumamente pequeña (10^{-11} g), el valor de la densidad del agua es 10^{38}, etc.

En cuanto a las unidades magnéticas, para el campo magnético, cuya ecuación de dimensión es $[H] = [L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$, se tiene

$$H_2 = 10^{-10} \text{ oersted}$$

unidad demasiado pequeña; del mismo modo, como en este caso $[B] = [H]$

$$B_2 = 10^{-10} \text{ gauss}$$

En el cuadro VI se encuentran las unidades Q. E. S. con sus factores de transformación en las unidades E. M. C. G. S. Obsérvese la unidad de densidad de corriente: 1 ampere por cuadrante cuadrado $= 10^{-19}$ U. E. M. C. G. S.

Se decidió pues el empleo del sistema E. M. C. G. S. para las unidades magnéticas y se dieron nombres a algunas de las más corrientes: se llamaron primero gauss y maxwell las unidades de intensidad del campo de fuerza magnética H y de flujo de inducción Φ respectivamente; el nombre de gauss se atribuyó después a la unidad de inducción, llamando oersted a la de intensidad del campo de fuerza magnética H; finalmente se llamó gilbert a la unidad de f. m. m. (véase el capítulo III, N.o 8).

7. Situación creada por la necesidad de emplear unidades cómodas

Acabamos de ver que se empleaban en electrotécnica, sin hablar del sistema E. S. C. G. S., de aplicación reducida,

a) las unidades prácticas para las magnitudes eléctricas;

b) el sistema E. M. C. G. S. para las magnitudes magnéticas.

En la mecánica industrial no prosperaron ni el sistema C. G. S.

ni las unidades de potencia y energía del sistema práctico y se utilizaron en cambio algunas unidades arbitrarias y el sistema metro, kilogramo fuerza, segundo.

El empleo de dos sistemas de unidades trajo como consecuencia la hibridización de las fórmulas, con el agravante de que los coeficientes parásitos que aparecen en ellas son diversos. En los textos de electrotécnica que todavía no utilizan el weber ni un sistema coherente único, que son los más numerosos, se encuentran las ecuaciones

$$M = 4\pi N\, I\, .10^{-1}, \quad E = -\frac{d\Phi}{dt}\, .\, 10^{-8}, \text{ etc.}$$

La introducción del weber suprime el coeficiente 10^{-8} en la segunda de esas ecuaciones; pero tal medida es insuficiente.

Se comprende pues que haya habido interés en encontrar un nuevo sistema práctico que tuviera a la vez unidades eléctricas y magnéticas cómodas, para poder reemplazar los dos sistemas empleados, y también, en lo posible, unidades mecánicas cómodas, para poderlo utilizar en electromecánica y mecánica industrial.

Un sistema que cumpliera todas esas condiciones sería por supuesto el ideal, pero antes de pasar al examen de los sistemas propuestos cabe preguntarse hasta qué punto tal solución es posible. En efecto, el dominio de la electrotécnica es tan vasto que una sola unidad no resulta cómoda en todas las aplicaciones. Así como en la medida de longitudes no conviene emplear la misma unidad para medir distancias interatómicas e interestelares, tampoco se puede emplear en electrotécnica una sola unidad de tensión para medir diferencias de potencial comprendidas entre 10^{-9} V y 10^{7} V, una sola unidad de intensidad para medir corrientes comprendidas entre 10^{-17} A y 10^{5} A etc., que son sensiblemente los valores extremos medidos hoy en día. Se impone pues el empleo de los prefijos, utilizando por ejemplo, junto con el volt, el microvolt, el milivolt, el kilovolt y el megavolt. En consecuencia entenderemos que una unidad es cómoda cuando lo es en gran número de aplicaciones, sin tener en cuenta que puede resultar inapropiada en determinados casos. En general el volt es preferible al microvolt, a pesar de que en muchos casos este último es más indicado, pero una unidad igual a 10 V o a 10^{-1} V resultaría tan cómoda como el volt.

Del mismo modo, hay casos particulares en los que el empleo de una unidad híbrida es una ventaja. La unidad híbrida A/mm^2 permite elegir la sección de un conductor sobre la base de la densidad de corriente admisible, escribiendo

$$S\ \text{mm}^2 = \frac{I\ \text{A}}{\delta\ \text{A/mm}^2}$$

En cambio, si la densidad estuviese expresada en unidades Q. E. S. (número incómodo), para indicar la sección en milímetros cuadrados, que es la unidad usual, habría que hibridizar la ecuación escribiendo

$$S\ \text{mm}^2 = \frac{10^{20}\ I\ \text{A}}{\delta\ \text{U.Q.E.S.}}$$

lo que constituye una complicación inútil.

Otro ejemplo lo ofrece el cálculo de la resistencia de los conductores lineales. Es incómodo elegir unidades coherentes de longitud y superficie para medir respectivamente la longitud l y la sección S del conductor, ya que $\sqrt{S}$ es muy pequeña frente a l. Industrialmente se miden l en metros (o aún en kilómetros) y S en milímetros cuadrados y, para expresar R en ohm sin introducir ningún coeficiente parásito, se debe expresar ϱ en $\Omega\ \text{mm}^2/\text{m}$, unidad híbrida que se emplea frecuentemente. También se utiliza para medir ϱ la unidad híbrida $\mu\Omega$ cm, que es más cómoda, pero entonces hay que escribir

$$R\,\Omega = \varrho\ \mu\Omega\ \text{cm}\ \frac{l\ \text{m}}{S\text{mm}^2}\ 10^{-2}$$

ecuación "industrial" que se encuentra a veces.

Es inútil multiplicar estos ejemplos; basta observar que, si bien alguna unidad actualmente híbrida puede llegar a ser coherente al cambiar de sistema, siempre persistirán y surgirán otras unidades híbridas, que simplifican los cálculos en casos particulares.

8. Distintos sistemas prácticos propuestos

Se admite generalmente que la unidad de tiempo en todos los sistemas debe ser el segundo, a causa de las perturbaciones inadmisibles que ocasionaría el cambio de esta unidad, universalmente empleada. Supondremos pues que se cumple esta condición; es fácil ver entonces que si se conserva la condición electromagnética $\mu_0 = 1$ no se pueden tener a la vez unidades de resistencia y de longitud cómodas. La consideración de la ecuación de dimensión de la resistencia en el grupo $LMT\mu$ da inmediatamente

$$[\mu L] = [R T] \tag{23}$$

Designemos mediante símbolos con índice "2" las unidades de las magnitudes expresadas en el sistema coherente no racionalizado, con unidades cómodas, que queremos determinar, y mediante símbolos con índice "1" las unidades de las magnitudes correspondientes en el sistema E. M. C. G. S.

Resulta

$$\frac{\mu_2 L_2}{\mu_1 L_1} = \frac{R_2 T_2}{R_1 T_1} = \frac{R_2}{R_1} \tag{23a}$$

porque $T_2 = T_1 = 1$ s.

Si se quiere conservar $\mu_2 = \mu_1 = \mu_0$ resulta

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{R_2}{R_1}$$

Ahora bien, $L_1 = 1$ cm, $R_1 = 10^{-9}\ \Omega$, luego

$$\frac{L_2}{1\ \text{cm}} = 10^9\ \frac{R_2}{1\ \Omega}$$

Se ve inmediatamente que en los casos extremos

$R_2 = 1\ \Omega$ (cómodo), $L_2 = 10^9$ cm (incómodo): sistema Q. E. S.

$R_2 = 10^{-9}\ \Omega$ (incómodo), $L_2 = 1$ cm (cómodo): sistema E. M. C. G. S.

Los casos intermedios no son más interesantes; si se hace, por ejemplo, $R_2 = 10^{-3}\ \Omega = 1$ m Ω, límite inferior, ya bastante incómodo, que se puede admitir como unidad de resistencia, resulta $L_2 = 10^6$ cm $= 10$ km, unidad incómoda.

Vemos, pues, que el abandono de la convención $\mu_0 = 1$ es condición necesaria para que un sistema coherente pueda ser el único empleado, esto es, para que tenga unidades eléctricas, magnéticas y mecánicas cómodas.

Se han seguido diversos criterios para la formación de los distintos sistemas: vamos a examinar sucesivamente en forma detallada algunos de ellos, por considerar ejercicio útil tal estudio.

Recordemos que para poder pasar del sistema E. M. C. G. S. al nuevo con la mayor comodidad, las nuevas unidades deben ser múltiplos o submúltiplos decimales de las unidades correspondientes E. M. C. G. S.

1.° Sistemas que conservan las unidades eléctricas prácticas existentes.

Es evidente que no se puede adoptar un nuevo sistema práctico sin ocasionar cierto número de perturbaciones. Para que el

nuevo sistema se pueda introducir rápidamente, es deseable reducir al mínimo dichas perturbaciones, o sea, conservar el mayor número posible de unidades antiguas. Impongámosnos la conservación en el nuevo sistema de las nueve unidades prácticas usuales. Ya hemos conservado el segundo, unidad coherente con las precedentes. De la conservación de las unidades energéticas, joule y watt, resulta

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{M_2 L_2^2 T_2^{-3}}{M_1 L_1^2 T_1^{-3}} = \frac{W_2}{W_1} = \frac{M_2 L_2^2 T_2^{-2}}{M_1 L_1^2 T_1^{-2}} = \frac{M_2 L_2^2}{M_1 L_1^2} = 10^7 \qquad (24)$$

Haciendo

$$L_2 = L_1 . 10^x \quad \text{y} \quad M_2 = M_1 . 10^y$$

la ecuación (24) da

$$y + 2x = 7 \qquad (25)$$

Esta condición fué puesta en evidencia por *Ascoli*; por supuesto es satisfecha por el sistema Q. E. S., en el que $x = 9$, $y = -11$.

Para conservar todas las unidades prácticas, basta ahora fijar una sola suplementaria, por ejemplo, el ohm; la condición (23) da

$$\frac{\mu_2 L_2}{\mu_1 L_1} = \frac{R_2}{R_1} = 10^9$$

de donde

$$\mu_2 = \mu_1 \cdot 10^{9-x} \qquad (26)$$

Para poder examinar la variación de las nuevas unidades magnéticas y mecánicas en función de x, busquemos los factores de conversión de la intensidad del campo y de la inducción magnéticos, de la fuerza mecánica y de la densidad.

A partir de

$$\frac{H_2 L_2}{H_1 L_1} = \frac{M'_1}{M'_2} = \frac{I_2}{I_1} = 10^{-1} \quad \text{y} \quad \frac{B_2}{B_1} = \frac{\mu_2 H_2}{\mu_1 H_1}$$

se deduce

$$H_2 = H_1 . 10^{-1-x} \quad \text{y} \quad B_2 = B_1 . 10^{8-2x}$$

De las relaciones

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{M_2 L_2}{M_1 L_1} \quad \text{y} \quad \frac{d_2}{d_1} = \frac{M_2 L_2^{-3}}{M_1 L_1^{-3}}$$

obtenemos

$$F_2 = F_1 . 10^{7-x} \quad \text{y} \quad d_2 = d_1 . 10^{7-5x}$$

teniendo en cuenta que

$$M_2 = M_1 \cdot 10^{y} = M_1 \cdot 10^{7-2x}$$

Estudiemos ahora el conjunto de las soluciones obtenidas dando a x sucesivamente los valores $0, 1, 2, \ldots 9$. Los resultados están consignados en el cuadro V.

Cuadro V

x	L_2 cm	M_2 g	d_2 g/cm³	F_2 dina	μ_2 μ_o	H_2 Oe	B_2 Gs	Sistemas (no racionalizados)
0	1	10^7	10^7	10^7	10^9	10^{-1}	10^8	C.G.S.S.
1	10	10^5	10^2	10^6	10^8	10^{-2}	10^6	
2	10^2	10^3	10^{-3}	10^5	10^7	10^{-3}	10^4	M.K.S.
3	10^3	10	10^{-8}	10^4	10^6	10^{-4}	10^2	
5	10^5	10^{-3}	10^{-18}	10^2	10^4	10^{-6}	10^{-2}	
9	10^9	10^{-11}	10^{-38}	10^{-2}	1	10^{-10}	10^{-10}	Q.E.S.

Han sido propuestos tres sistemas:

a) El sistema $x = 0$: centímetro, segundo, ohm, ampere.

Ciertas unidades en uso, primitivamente híbridas, tales como el V/cm, resultan coherentes con las del sistema; otras, tales como el A/mm², podrían sin gran inconveniente ser reemplazadas por el A/cm² si se adquiriese la costumbre de expresar las secciones en cm² ; pero otras, como el $\mu\,\Omega$ cm, deben ser conservadas.

Las unidades eléctricas y magnéticas, con excepción de la de inducción, son sumamente cómodas; las mecánicas, en mecánica industrial, lo son menos, porque el centímetro es pequeño, y la unidad de masa, 10^7 g, es incómoda.

Este sistema fué considerado por *Blondel* en 1896, bajo el nombre de O. A. S. C. (ohm, ampere, segundo, centímetro) y fué introducido en forma racionalizada por *Dillinger*, *Bennett* y *Karapetoff* bajo el nombre de C. G. S. S. (centímetro, gramo-siete, segundo).

Se encuentran en el cuadro VI las unidades C. G. S. S. con sus coeficientes de transformación en las U. E. M. C. G. S.

b) El sistema $x = 2$: metro, kilogramo, segundo.

Este sistema (M. K. S.) [1] fué propuesto por *Giorgi*. Posee unidades mecánicas más cómodas que el anterior, principalmente en mecánica industrial, porque en electricidad el centímetro es con frecuencia preferible al metro; así ampere espira por centímetro, volt por centímetro, etc., son netamente preferibles a ampere espira por metro o volt por metro.

La unidad de densidad de corriente, ampere por metro cuadrado, es prácticamente tan incómoda como el ampere por cuadrante cuadrado.

Las unidades magnéticas de campo y de inducción, iguales respectivamente al milioersted y al miriagauss, no son particularmente interesantes.

Giorgi propuso su sistema racionalizado; pero puede también ser aceptado bajo forma no racionalizada. Las unidades Giorgi con sus coeficientes de transformación en las U. E. M. C. G. S. están consignadas en el cuadro VI.

c) El sistema $x = 9$: se vuelve al sistema Q. E. S. ya examinado.

Un examen rápido del cuadro V muestra que los otros valores de x no presentan interés.

2.° Nuevo sistema práctico con el mínimo de perturbaciones y que conserva la densidad del agua igual a la unidad.

Se ve en el cuadro V que el valor de la densidad del agua en los sistemas C. G. S. S., M. K. S. y Q. E. S. es 10^{-7}, 10^{3} y 10^{38} respectivamente. Ahora bien, el uso ha consagrado que la densidad del agua se tome igual a la unidad, de manera que darle un valor diferente es, según algunos autores, un inconveniente. *Brylinski* demostró que existe un solo sistema que tenga unidades eléctricas y mecánicas cómodas y la densidad del agua igual a la unidad; su implantación tendría el inconveniente de modificar algunas de las unidades prácticas existentes.

La relación

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{M_2 L_2^2}{M_1 L_1^2}$$

se escribe, poniendo en evidencia la densidad $d = M L^{-3}$

(1) El sistema Giorgi ha sido designado frecuentemente sistema M. K. S. Ω, pero dado que la C. E. I. recomendó un valor de μ_0 como unión entre las unidades eléctricas y mecánicas, adoptamos la designación M. K. S. simplemente.

Cuadro VI

Símbolo	Sistema Q.E.S.				Sistema GIORGI				Sistema C.G.S.S.			
	U. Q.E.S. / U. E.M.C.G.S.		Nombre de la unidad		U. GIORGI / U. E.M.C.G.S.		Nombre de la unidad		U. C.G.S.S. / U. E.M.C.G.S.		Nombre de la unidad	
	no rac.	rac.	no rac.	rac.	no rac.	rac.	no rac.	rac.	no rac.	rac.	no rac.	rac.
$\varepsilon\varepsilon_o$	10^{-18}	$4\pi.10^{-18}$		farad/cuadrante	10^{-11}	$4\pi.10^{-11}$		farad / metro	10^{-9}	$4\pi.10^{-9}$		farad/centímetro
$\mu\mu_o$	1	$1/4\pi$		henry / cuadrante	10^{7}	$10^{7}/4\pi$		henry / metro	10^{9}	$10^{9}/4\pi$		henry / centímetro
m	10^{8}	$10^{8}/4\pi$		weber	10^{8}	$10^{8}/4\pi$		weber	10^{8}	$10^{8}/4\pi$		weber
ϕ	10^{8}		weber		10^{8}		weber		10^{8}		weber	
B	10^{-10}		weber/cuadrante^2		10^{4}		weber/ metro^2		10^{8}		weber/centímetro^2	
H	10^{-10}	$4\pi.10^{-10}$	$\frac{\text{ampere espira}}{\text{cuadrante}}$		10^{-3}	$4\pi.10^{-3}$	$\frac{\text{ampere espira}}{\text{metro}}$		10^{-1}	$4\pi.10^{-1}$	$\frac{\text{ampere espira}}{\text{centímetro}}$	
$\mathcal{M}$	10^{17}	$10^{17}/4\pi$	weber cuadrante		10^{10}	$10^{10}/4\pi$	weber metro		10^{8}	$10^{8}/4\pi$	weber centímetro	
J	10^{-10}	$10^{-10}/4\pi$	weber/cuadrante^2		10^{4}	$10^{4}/4\pi$	weber/metro^2		10^{8}	$10^{8}/4\pi$	weber/centímetro^2	
I	10^{-1}		ampere		10^{-1}		ampere		10^{-1}		ampere	
i	10^{-19}		ampere/cuadrante^2		10^{-5}		ampere/metro^2		10^{-1}		ampere/centímetro^2	
M'	10^{-1}	$4\pi.10^{-1}$	ampere espira		10^{-1}	$4\pi.10^{-1}$	ampere espira		10^{-1}	$4\pi.10^{-1}$	ampere espira	
R_m	10^{-9}	$4\pi.10^{-9}$	$\frac{\text{ampere espira}}{\text{weber}}$		10^{-9}	$4\pi.10^{-9}$	$\frac{\text{ampere espira}}{\text{weber}}$		10^{-9}	$4\pi.10^{-9}$	$\frac{\text{ampere espira}}{\text{weber}}$	
Λ	10^{9}	$10^{9}/4\pi$	$\frac{\text{weber}}{\text{ampere espira}}$		10^{9}	$10^{9}/4\pi$	$\frac{\text{weber}}{\text{ampere espira}}$		10^{9}	$10^{9}/4\pi$	$\frac{\text{weber}}{\text{ampere espira}}$	
U	10^{8}		volt		10^{8}		volt		10^{8}		volt	
Q	10^{-1}		coulomb		10^{-1}		coulomb		10^{-1}		coulomb	
C	10^{-9}		farad		10^{-9}		farad		10^{-9}		farad	
R	10^{9}		ohm		10^{9}		ohm		10^{9}		ohm	
γ	10^{-18}		siemens/cuadrante		10^{-11}		siemens/metro		10^{-9}		siemens/centímetro	
L'	10^{9}		henry		10^{9}		henry		10^{9}		henry	
E	10^{-1}		volt/cuadrante		10^{6}		volt/metro		10^{8}		volt/centímetro	
D	10^{-19}		coulomb/cuadrante^2		10^{-5}		coulomb/metro^2		10^{-1}		coulomb/centímetro^2	
P	10^{7}		watt		10^{7}		watt		10^{7}		watt	
W	10^{7}		joule		10^{7}		joule		10^{7}		joule	
L	10^{9}		cuadrante		10^{2}		metro		1		centímetro	
M	10^{-11}				10^{3}		kilogramo		10^{7}			
T	1		segundo		1		segundo		1		segundo	

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{d_2\ L_2^5}{d_1\ L_1^5} = 10^{5x}$$

si se impone $d_2 = d_1 = 1$ g/cm^3. Ensayando diversos valores para x se encuentra que sólo el sistema con $x = 2$ es interesante.

Se tiene

$L_2 = 10^2$ cm $= 1$ m ; $M_2 = d_2 L_2^3 = 10^6$ g $= 1\ T$; $W_2 = 10^{10}$ erg $= 1$ k J.

Ahora bien, el sistema metro, tonelada, segundo (M. T. S.) es el sistema mecánico práctico legal en Francia; de manera que se tendría la ventaja de combinar un sistema electromagnético práctico con el mecánico legal (por lo menos en Francia). La condición $\mu_o = 1$ no puede mantenerse, porque con $L_2 = 1$ m la unidad de resistencia sería poco cómoda; abandonando $\mu_o = 1$ se dispone de un grado de libertad que permite fijar a voluntad el valor de una unidad eléctrica o magnética. Con el fin de reducir al mínimo las perturbaciones se conserva una unidad eléctrica práctica existente; no se puede conservar el ohm porque la relación

$$\frac{W_2}{W_1} = 10^{10} = \frac{R_2\ I_2^2}{R_1\ I_1^2} = 10^9 \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2$$

conduciría a

$$I_2 = \sqrt{10}\ I_1$$

lo que es inadmisible porque el factor de conversión debe ser una potencia entera de 10. Se puede, pues, elegir el ampere o el volt; un examen rápido muestra que es preferible la elección del volt. El sistema será pues metro, tonelada, segundo, volt (M. T. S. V.).

La unidad de intensidad es el kiloampere, deducido de

$$\frac{W_2}{W_1} = 10^{10} = \frac{I_2 V_2}{I_1 V_1} = \frac{I_2}{I_1} \cdot 10^8$$

o sea $I_2 = 10^2$ U. E. M. C. G. S. $= 1$ k A.

3.° *Sistemas fundados en la limitación a $10^{\pm 9}$ y 1 de los factores de conversión entre las nuevas unidades prácticas y las* U.E.M.C.G.S.

El problema de los factores de conversión entre las unidades prácticas y E. M. C. G. S., que constituye una verdadera plaga de la electrotécnica (*Blondel* dixit), se habría simplificado considera-

blemente si se hubiese tratado desde el principio que los factores de conversión fuesen solamente 1 y $10^{\pm 9}$. Hubiera bastado para ello adoptar

1 ohm $= 10^{9}$ U.E.M.C.G.S. $\quad$ 1 ohm $= 10^{9}$ U.E.M.C.G.S.
1 volt $= 10^{9}$ U.E.M.C.G.S. en lugar de 1 volt $= 10^{8}$ U.E.M.C.G.S.
1 farad $= 10^{-9}$ U.E.M.C.G.S. $\quad$ 1 farad $= 10^{-9}$ U.E.M.C.G.S.

La unidad de tensión sería igual a 10 volt actuales, lo que hubiera hecho la unidad práctica de corriente igual a la E.M.C.G.S. en lugar de ser 10^{-1} U.E.M.C.G.S. *Blondel* insistió en que se adoptase 1 decavolt como unidad de tensión, sin tocar al ohm ni al farad. En esas condiciones, la unidad de longitud sigue siendo el cuadrante y la de tiempo el segundo, porque las relaciones (20) y (22) no se modifican; por el contrario, la ecuación (21) se escribe

$$\frac{3}{2}\,x + \frac{1}{2}\,y - 2\,z = 9$$

de donde $y = -9$, o sea

$$M_2 = 10^{-9}\ \text{g}$$

El nuevo sistema sería pues 10^{9} cm, 10^{-9} g, s, o Q. N. S. (quadrant, neuvième, seconde). El ohm, el farad y el henry se conservan; la unidad de tensión es el decavolt; la de corriente, el decampere; la de cantidad de electricidad, el decacoulomb; la de potencia, el hectowatt, igual a 10^{9} U. C. G. S.; etc.

Fuera de la ventaja relativa a los factores de conversión, el sistema tiene los mismos defectos que el Q. E. S.; pero, como hizo notar *Blondel*, creando para designar 10^{9} y 10^{-9} prefijos análogos a los ya existentes entre 10^{-6} (micro) y 10^{6} (mega), se hubiera podido evitar la introducción del sistema práctico.

Se puede obtener un sistema con las ventajas del Q. N. S. en lo que se refiere a los factores de conversión y con el centímetro como unidad de longitud. Para esto es necesario, como ya lo hemos visto, renunciar a la condición $\mu_0 = 1$.

El sistema es cm, 10^{9} g, s, $\mu_2 = 10^{9}\mu_0$. Ha sido presentado por *Germani* con el nombre de C. P. S. D., centímetro, pergramo (adoptando según *Blondel* los prefijos "per" para designar 10^{9} e "hipo" para designar 10^{-9}), segundo, decacoulomb. *Germani* expresa las ecuaciones de dimensión en el grupo *LMTQ* (véase el cuadro III, 6.a columna); a partir de estas ecuaciones se puede ver inmediata-

mente que fijando el centímetro, el segundo y el decacoulomb, el exponente del coeficiente de transformación es único en valor absoluto, a menos de ser nulo. Si se pone $\frac{Q_2}{Q_1} = 10^u$, el factor de conversión de cualquier magnitud será $10^{ax+by+cz+du}$, donde a, b, c, d, son los exponentes de L, M, T y Q respectivamente en la ecuación de dimensión de la magnitud considerada. Ahora bien, en las ecuaciones de dimensión en $LMTQ$ se tiene sólo $b = \pm 1$ o $b = 0$. Por consiguiente, si se hace $x = 0$, lo que fija $L_2 = 1$ cm, $z = 0$, lo que fija $T_2 = 1$ s y $u = 0$, lo que fija

$$Q_2 = 1 \text{ U.E.M.C.G.S.} = 1 \text{ decacoulomb},$$

se tienen sólo los factores de conversión 1 y $10^{\pm y}$; es el resultado buscado; si se fija el ohm, resulta $y = 9$.

Nota anexa: sistema "Edmmus".

Barbillion y *Papin*, fundándose en la pequeñez de la carga del electrón y en el orden de magnitud del trayecto medio que efectúa en los conductores recorridos por corriente alterna, han propuesto un sistema que tiene como unidades de masa, longitud y tiempo, 10^{-11} g (E), el decímetro (DM) y el microsegundo (MUS), respectivamente, y cuyas unidades eléctricas y magnéticas son cómodas, pero que debe ser excluído de las aplicaciones mecánicas. El sistema sólo presenta un interés especulativo.

Elección de un sistema práctico único.

Los sistemas que modifican las unidades prácticas ya existentes no pueden ser tomados en cuenta; entre los sistemas restantes, a saber, el C. G. S. S. y el M. K. S., se juzgó más interesante el último, porque sus unidades mecánicas parecieron más cómodas y fué adoptado en 1935 con el nombre de "sistema Giorgi" (ver el capítulo III, Nos. 14, 15 y 17). Como ya dijimos, se recomendó como cuarta unidad la de permeabilidad; queda por fijar la elección entre el sistema racionalizado y el no racionalizado; por el momento se autorizan ambos sistemas.

¿Cuáles son las ventajas reales de la introducción del sistema Giorgi?

La ventaja principal es la de poder usar en los textos y publicaciones de electrotécnica las unidades eléctricas prácticas sin tener que hibridizar las ecuaciones. Otra ventaja consiste en que las unidades son en su mayoría tan cómodas, en la generalidad

de los casos, como lo permite un sistema coherente. Por supuesto, las unidades híbridas no desaparecen, por los motivos que explicamos anteriormente. Tampoco se puede esperar que los físicos, y aún los electrotécnicos en ciertas aplicaciones, abandonen los sistemas C. G. S. El lector que siga la solución de los problemas del capítulo II verá que el uso de las unidades Giorgi (o C. G. S. S.) puede en algunos casos resultar tan incómodo como resulta en otros el empleo de las unidades prácticas junto con las C. G. S.

Por ahora el sistema Giorgi es un sistema *suplementario* y no un sistema *sustitutivo* de los otros empleados. Con el tiempo, cuando el número de textos, reglas, normas, etc., que empleen el sistema Giorgi, llegue a ser suficiente, su uso simplificará posiblemente el estudio de la electrotécnica a los ingenieros no especializados y a los técnicos de grado inferior.

9. Unidades internacionales

Las unidades prácticas se definieron primero como múltiplos de las E. M. C. G. S. y sus patrones se obtuvieron por medidas absolutas.

Ya dijimos que la precisión de estas últimas era originariamente bastante pequeña, de manera que las especificaciones de los patrones estaban sometidas a una continua variación con el progreso de la metrología. El caso era análogo al del metro, definido primero como 10^{-7} del cuadrante terrestre y que se definió después, para asegurar su fijeza, por su patrón, igual *sensiblemente* a 10^{-7} del cuadrante terrestre. Se adoptó la misma solución para los patrones eléctricos, y en 1908 se introdujo el *sistema internacional* (incompleto), basado en el ohm y el ampere internacionales.

El ohm internacional ha sido definido como la resistencia en corriente constante de una columna de mercurio a 0° C de *106,300* cm de longitud, de sección uniforme y de *14,4521* g de masa [1]. Esta resistencia representaba, con la aproximación permitida por la precisión de las medidas y por la construcción de la época, 10^9 U.E.M.C.G.S., o sea el ohm absoluto, siendo la diferencia despre-

(1) Los patrones de mercurio eran difíciles de manejar, por lo cual se construyeron los patrones secundarios metálicos. Estos patrones, al principio no muy precisos y variables con el tiempo, se obtienen hoy, gracias a los progresos de la metalurgia, con toda la precisión y la estabilidad en el tiempo deseadas, y han hecho abandonar los patrones de mercurio (ver capítulo III, N.° 12).

ciable para las necesidades de la práctica industrial, donde se pueden confundir los dos ohms.

Lo importante es que el ohm internacional está definido por su representación, de manera que el progreso de la metrología sólo podrá hacer variar la relación entre el ohm absoluto y el internacional, pero no modificará en nada los valores de las resistencias, que se expresan todas en ohm internacionales y se miden por métodos de comparación.

El *ampere internacional* ha sido definido como la intensidad constante de una corriente que deposita *0,00111800* g de plata por segundo en una solución de NO^3 Ag; hay especificaciones que precisan la operación de la electrolisis.

El joule internacional es la energía disipada en calor durante un segundo por el pasaje de una corriente constante de un ampere internacional en una resistencia de un ohm internacional. Se definen sucesivamente de la misma manera las demás unidades prácticas internacionales.

Desde entonces hasta nuestros días, las medidas eléctricas corrientes han sido y son efectuadas en unidades internacionales, pero a causa de la elección de estas últimas, el error cometido al identificar las unidades internacionales con las prácticas absolutas es insignificante.

Hace pocos años (1933 - 1935, ver el capítulo III, Nos. 12 y 16), pareció que las medidas absolutas habían hecho tantos progresos que se podían medir el ohm, el ampere, etc., con un grado de precisión que igualaba el de la construcción de los respectivos patrones. Con ello la existencia de las unidades internacionales se hizo innecesaria: la presencia de los patrones mecánicos es suficiente para la definición de los eléctricos, después de haberse admitido un valor para ε_0 o μ_0. El Comité Internacional de Pesas y Medidas decidió pues suprimir, a partir del 1.° de enero de 1940, las unidades internacionales, y expresar todas las medidas en unidades prácticas absolutas.

No se debe introducir ninguna modificación en los patrones secundarios, porque la diferencia entre las unidades internacionales, en las que han sido definidos, y las unidades prácticas absolutas, es completamente despreciable para las necesidades actuales de la práctica. En efecto, la medida, por ejemplo, de una resistencia se hace en general al 1 % (más raramente al 0,1 %), mientras que la diferencia relativa entre el ohm internacional y el absoluto es del orden de 0,05 %, luego, por el momento, despreciable.

El único caso en que no se pueden confundir las unidades absolutas y las internacionales es el de las medidas de alta precisión, que exigen el conocimiento de la relación entre ambas. Desgraciadamente, al buscar el valor de esta relación, se advirtió últimamente (1939) que se había sobreestimado el progreso de las medidas absolutas y que era posible que la decisión de sustituir las unidades internacionales por las absolutas fuese prematura.

Según los últimos ensayos sólo se pueden recomendar cuatro decimales

$$\frac{1 \text{ ohm internacional medio}}{1 \text{ ohm absoluto}} = 1{,}0005$$

(valor probable $1{,}00049 \pm 2 \cdot 10^{-5}$);

$$\frac{1 \text{ ampere internacional medio}}{1 \text{ ampere absoluto}} = 0{,}9999 \pm 2 \cdot 10^{-4}$$

La guerra ha obligado a postergar la fecha de la sustitución de las unidades internacionales hasta oportuna decisión de las autoridades competentes.

10. Sistemas racionalizados

Heaviside y *Lorentz* fueron los primeros en estimar que el factor 4π no está en su lugar en las fórmulas clásicas. Si se toman las ecuaciones de Maxwell como independientes, sus coeficientes deben elegirse iguales a uno para que el sistema sea coherente; se entiende que el coeficiente orgánico 4π, suprimido en unas, reaparecerá en otras relaciones, en particular en las leyes de Coulomb, que pasan a ser dependientes. La forma de ciertas expresiones, importantes en electrotécnica, cambia; así, como veremos, la capacidad del condensador plano se escribe

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{e} \qquad \text{en lugar de} \qquad C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{4\pi e}$$

y la del condensador esférico

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_1 - R_2} \qquad \text{en lugar de} \qquad C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_1 - R_2}$$

Las nuevas expresiones parecen más "lógicas" a algunos autores porque el factor 4π, que "caracteriza" (!) a la esfera, figura en

la capacidad del condensador *esférico*, y no en la del *plano*, como en las relaciones clásicas.

En el estudio de los circuitos magnéticos, la expresión de la fuerza magnetomotriz (que es una forma particular de la ley de Maxwell - Ampère: $4\pi \frac{i}{\lambda} = rot\ H$), se escribe de manera mucho más cómoda

$$M = N I \qquad \text{en lugar de} \qquad M = 4\pi N I$$

etc.

Naturalmente, antes de pronunciarse sobre la conveniencia de la racionalización es necesario examinar detenidamente los trastornos que la acompañan.

En primer lugar, observemos que las unidades mecánicas no deben ser afectadas por la racionalización de las unidades eléctricas [1].

Designemos por símbolos con índice "r" las unidades de las magnitudes correspondientes y los valores numéricos, tratándose de coeficientes, en sistemas racionalizados; los símbolos con índice "nr" conservan los mismos significados en los sistemas no racionalizados.

Consideremos las ecuaciones de dimensión del cuadro I, con $LMT\mu\lambda k h$ como dimensiones de referencia [2]. Para simplificar, y sin que eso disminuya en nada la generalidad del razonamiento, supondremos que las unidades mecánicas son las mismas en los sistemas racionalizado y no racionalizado que consideramos, lo que permite prescindir de la parte en LMT de las ecuaciones de dimensión del cuadro I.

Para suprimir el factor 4π en las ecuaciones (10) y (11) de Maxwell es evidentemente necesario hacer $k = h = \frac{1}{4\pi}$ y $\lambda = 4\pi$. Tendremos, pues,

---

(1) Lo que no quiere decir que no se haya hablado de "racionalizar" también ciertas relaciones mecánicas; así, por ejemplo, parecería más lógica la definición del ángulo, no como $\alpha = \frac{l}{r}$, sino como $\alpha = \frac{l}{2\pi r}$, tomando el ángulo completo como unidad; la velocidad angular sería entonces igual al número de revoluciones por unidad de tiempo. También se ha propuesto agregar el factor 4π en el denominador de la ley de Newton de atracción de las masas.

(2) Comúnmente se confrontan las leyes escritas en forma racionalizada y no racionalizada, determinando paso a paso la modificación de las unidades, sin atribuir dimensiones a k, h y λ; encontramos, sin embargo, mucho más eficaz y lógico estudiar el proceso de la racionalización como lo hacemos aquí.

$$\frac{k_r}{k_{nr}} = \frac{h_r}{h_{nr}} = \frac{\lambda_{nr}}{\lambda_r} = \frac{1}{4\pi}$$

lo que da, a partir de $[\varepsilon] = [L^{-2}\, T^2 \mu^{-1}\, \lambda^2\, k\, h]$,

$$\frac{\varepsilon_{nr}}{\varepsilon_r} = \left(\frac{\mu_{nr}}{\mu_r}\right)^{-1} \left(\frac{\lambda_r}{\lambda_{nr}}\right)^2 \left(\frac{k_r}{k_{nr}}\right) \left(\frac{h_r}{h_{nr}}\right) = \left(\frac{\mu_{nr}}{\mu_r}\right)^{-1}$$

De la misma manera, a partir de $[m] = [M^{1/2}\, L^{3/2}\, T^{-1}\, \mu^{1/2}\, h^{-1/2}]$,

$$\frac{m_{nr}}{m_r} = \left(\frac{\mu_{nr}}{\mu_r}\right)^{1/2} \left(\frac{h_r}{h_{nr}}\right)^{-1/2} = \sqrt{4\pi} \left(\frac{\mu_{nr}}{\mu_r}\right)^{1/2};$$

y así sucesivamente para todas las magnitudes del cuadro I: los resultados están resumidos en el cuadro VII.

Cuadro VII

$$\frac{\varepsilon_{nr}}{\varepsilon_r} = \frac{P_{mnr}}{R_{mr}} = \left(\frac{\Lambda_{nr}}{\Lambda_r}\right)^{-1} = \left(\frac{\mu_{nr}}{\mu_r}\right)^{-1}$$

$$\frac{m_{nr}}{m_r} = \frac{m_{mr}}{m_{mr}} = \frac{J_{nr}}{J_r} = \left(\frac{H_{nr}}{H_r}\right)^{-1} = \left(\frac{M'_{nr}}{M'_r}\right)^{-1} = \sqrt{4\pi}\left(\frac{\mu_{nr}}{\mu_r}\right)^{1/2}$$

$$\frac{\phi_{nr}}{\phi_r} = \frac{B_{nr}}{B_r} = \frac{U_{nr}}{U_r} = \frac{E_{nr}}{E_r} = \left(\frac{I_{nr}}{I_r}\right)^{-1} = \left(\frac{i_{nr}}{i_r}\right)^{-1} = \left(\frac{Q_{nr}}{Q_r}\right)^{-1} =$$

$$= \left(\frac{D_{nr}}{D_r}\right)^{-1} = \left(\frac{C_{nr}}{C_r}\right)^{-1/2} = \left(\frac{\gamma_{nr}}{\gamma_r}\right)^{-1/2} = \left(\frac{R_{nr}}{R_r}\right)^{1/2} = \left(\frac{L'_{nr}}{L'_r}\right)^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}\left(\frac{\mu_{nr}}{\mu_r}\right)^{1/2}$$

Fijadas las tres unidades mecánicas y los tres coeficientes, queda por fijar una unidad eléctrica para definir un sistema.

Podemos conservar en el sistema racionalizado la condición electrostática, $\varepsilon_{or} = 1 = \varepsilon_{onr}$, o la electromagnética, $\varepsilon_{or} = \frac{1}{c^2} = \varepsilon_{onr}$ (se puede, por supuesto, hacer también $\varepsilon_{or} = \mu_{or} = 1$ si $\lambda_r = 4\pi c$ (sistema no coherente si $c \neq 1$), o aún $\varepsilon_{or} = \mu_{or} = \frac{1}{c}$ si $\lambda_r = 4\pi$); resulta entonces

$$\frac{\varepsilon_{nr}}{\varepsilon_r} = 1 = \frac{\mu_{nr}}{\mu_r}$$

y, como lo muestra el cuadro VII, todas las unidades, salvo las de reluctancia y permeancia, quedan multiplicadas por 4π, $\frac{1}{4\pi}$, $\sqrt{4\pi}$ o $\frac{1}{\sqrt{4\pi}}$.

Tal racionalización, considerada por *Heaviside*, es inadmisible puesto que la modificación señalada de las unidades prácticas obligaría a volver a graduar innumerables aparatos, sin hablar de las prescripciones que habría que cambiar, etc.

Por razones prácticas será pues necesario, si se quiere racionalizar, proceder de manera que no se produzcan modificaciones de las unidades eléctricas prácticas existentes. Un simple examen del cuadro VII, muestra que la *única* solución que no modifica las unidades de Φ, B, U, E, I, i, Q, D, C, γ, R y L' consiste en adoptar

$$\frac{\mu_{nr}}{\mu_r} = 4\pi = \frac{\mu_{or}}{\mu_{onr}}$$

lo que modifica en cambio —además de la de μ — las unidades de m, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{J}$, Λ, ε, H, M', R_m. Damos en el cuadro VIII las relaciones entre las unidades no racionalizadas y racionalizadas de estas magnitudes.

Cuadro VIII

$$\frac{\mu_{nr}}{\mu_r} = \frac{m_{nr}}{m_r} = \frac{\mathfrak{M}_{nr}}{\mathfrak{M}_r} = \frac{\mathfrak{J}_{nr}}{\mathfrak{J}_r} = \frac{\Lambda_{nr}}{\Lambda_r} = 4\pi$$

$$\frac{\varepsilon_{nr}}{\varepsilon_r} = \frac{H_{nr}}{H_r} = \frac{M'_{nr}}{M'_r} = \frac{R_{mnr}}{R_{m\,r}} = \frac{1}{4\pi}$$

Es interesante indicar el cambio que introduce la racionalización en la forma de escribir algunas de las relaciones de electrotécnica más usadas (cuadro IX).

Para "limitar" las perturbaciones debidas a la racionalización, algunos autores han examinado otros sistemas "racionalizados" que conservan las unidades eléctricas prácticas. Sin embargo, gracias a la forma de exposición que hemos adoptado, podemos deducir a simple vista del cuadro VII que tal cosa no es posible. La explicación consiste en que estos autores llaman racionalizados a los sistemas en los que la f. m. m.

$$M = \frac{4\pi N I}{\lambda}$$

se escribe

Cuadro IX

Expresión general	Expresión no racionalizada $k = h = \lambda = 1$	Expresión racionalizada $k = h = 1/\lambda = 1/4\pi$
$\frac{1}{\lambda k}\frac{\partial \varepsilon\varepsilon_0 E}{\partial t} + \frac{4\pi i}{\lambda} = rot\ H$	$\frac{\partial \varepsilon\varepsilon_0 E}{\partial t} + 4\pi i = rot\ H$	$\frac{\partial \varepsilon\varepsilon_0 E}{\partial t} + i = rot\ H$
$-\frac{1}{\lambda h}\frac{\partial \mu\mu_0 H}{\partial t} = rot\ E$	$-\frac{\partial \mu\mu_0 H}{\partial t} = rot\ E$	$-\frac{\partial \mu\mu_0 H}{\partial t} = rot\ E$
$\frac{1}{8\pi k}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \frac{W}{V}$	$\frac{1}{8\pi}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \frac{W}{V}$	$\frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \frac{W}{V}$
$\frac{1}{8\pi h}\mu\mu_0 H^2 = \frac{W}{V}$	$\frac{1}{8\pi}\mu\mu_0 H^2 = \frac{W}{V}$	$\frac{1}{2}\mu\mu_0 H^2 = \frac{W}{V}$
$v = \frac{\lambda\sqrt{kh}}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}$	$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}$	$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}$
$F = k\frac{QQ}{\varepsilon\varepsilon_0 r^2} = QE$	$F = \frac{QQ}{\varepsilon\varepsilon_0 r^2} = QE$	$F = \frac{QQ}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} = QE$
$E = -grad\ V = k\frac{Q}{\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$	$E = -grad\ V = \frac{Q}{\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$	$E = -grad\ V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$
$D = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E}{4\pi k}$	$D = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E}{4\pi}$	$D = \varepsilon\varepsilon_0 E$
$p = \frac{2\pi k\sigma^2}{\varepsilon\varepsilon_0}$	$p = \frac{2\pi\sigma^2}{\varepsilon\varepsilon_0}$	$p = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}$
$Q = CU$	$Q = CU$	$Q = CU$
$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{4\pi k e}$	$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{4\pi e}$	$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{e}$
$F = h\frac{mm}{\mu\mu_0 r^2} = mH$	$F = \frac{mm}{\mu\mu_0 r^2} = mH$	$F = \frac{mm}{4\pi\mu\mu_0 r^2} = mH$
$H = h\frac{m}{\mu\mu_0 r^2}$	$H = \frac{m}{\mu\mu_0 r^2}$	$H = \frac{m}{4\pi\mu\mu_0 r^2}$
$B = \mu\mu_0 H = \mu_0 H + 4\pi h J$	$B = \mu\mu_0 H = \mu_0 H + 4\pi J$	$B = \mu\mu_0 H = \mu_0 H + J$
$\phi = 4\pi h m$	$\phi = 4\pi m$	$\phi = m$
$H = \frac{2I}{\lambda r}$	$H = \frac{2I}{r}$	$H = \frac{I}{2\pi r}$
$M = Hl = \frac{4\pi NI}{\lambda} = \frac{\phi}{\Lambda}$	$M = Hl = 4\pi NI = \frac{\phi}{\Lambda}$	$M = Hl = NI = \frac{\phi}{\Lambda}$
$E = -\frac{N}{\lambda h}\frac{d\phi}{dt} = -\frac{1}{\lambda^2 h^2}L'\frac{dI}{dt}$	$E = -N\frac{d\phi}{dt} = -L'\frac{dI}{dt}$	$E = -N\frac{d\phi}{dt} = -L'\frac{dI}{dt}$
$L' = N\lambda h\frac{\phi}{I} = 4\pi h N^2\Lambda$	$L' = N\frac{\phi}{I} = 4\pi N^2\Lambda$	$L' = N\frac{\phi}{I} = N^2\Lambda$
$R_m = \frac{1}{\Lambda}$	$R_m = \frac{1}{\Lambda}$	$R_m = \frac{1}{\Lambda}$

$$M = NI$$

lo que implica $\lambda = 4\pi$. Por otra parte, de la relación

$$E = -\frac{1}{\lambda h}\frac{d\Phi}{dt}$$

que debe escribirse sin coeficiente parásito en ambos sistemas, se deduce

$$h = \frac{1}{4\pi}$$

pero (dicen) se puede conservar $k = 1$. Las perturbaciones no disminuyen realmente mucho: el examen del cuadro I muestra que salvo la unidad de ε, que permanece incambiada, las otras unidades varían como en el sistema indicado más arriba. Las ecuaciones en que interviene sólo k o λh conservan su forma no racionalizada; la fórmula de la velocidad v de las ondas electromagnéticas se escribe

$$v = \frac{\sqrt{4\pi}}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\,\mu\mu_0}}$$

El factor 4π no desaparece de la primera ecuación de Mawxell; por esta razón no se puede, sin producir confusiones, llamar racionalizado a tal sistema.

Es necesario observar que aún los partidarios de la racionalización no la proponen para los sistemas C. G. S., a causa de los numerosos textos existentes escritos en los sistemas clásicos; pero, aprovechando la introducción, al lado del C. G. S., del sistema Giorgi, estiman que sería mejor adoptarlo racionalizado, ya que la ventaja de tener fórmulas más lógicas les parece primar sobre el inconveniente de la modificación de determinadas unidades.

La discusión es animada y las opiniones están muy repartidas, de manera que por el momento se ha dejado a los autores la libertad de emplear sea los sistemas racionalizados, sea los no racionalizados.

Desgraciadamente esto constituye un nuevo motivo de confusiones, y hace más difícil la lectura de las memorias. Para evitar tal estado de cosas, *Blondel* propuso, sin éxito, la "racionalización de la terminología" en lugar de la de las unidades, introduciendo,

al lado de la f. m. m. M, la "excitación" $\frac{M}{4\pi} = N I$; al lado del campo magnético $H = \frac{M}{l}$, el "gradiente de excitación" $\frac{NI}{l} = \frac{1}{4\pi}\frac{M}{l}$; al lado de la permeancia Λ, la "transfluencia" $\frac{\Phi}{NI} = 4\pi\,\Lambda$; etc. Evidentemente tal artificio, que según el autor era una concesión a los "racionalistas", no puede satisfacer a éstos, para quienes la racionalización es una cuestión básica.

Damos en el cuadro VI las relaciones entre las principales unidades de los sistemas Q. E. S., Giorgi y C. G. S. S. racionalizados y las del sistema electromagnético C. G. S. (no racionalizado, desde luego).

CAPITULO II.

APLICACIONES

Indiquemos ante todo la marcha que seguimos en la solución de los ejercicios.

Resolvemos los problemas en un sistema coherente y sin hacer intervenir ningún valor particular; después, al pasar a la aplicación, expresamos los datos en distintos sistemas. Se pueden emplear entonces dos procedimientos. El que aplicamos primero consiste en conservar los datos sin modificación e hibridizar las ecuaciones en que intervienen valores expresados en sistemas distintos. El segundo procedimiento —más recomendable, aunque no siempre más simple— consiste en transformar los datos expresándolos todos en el mismo sistema coherente, para luego sustituir simplemente los valores numéricos en las ecuaciones que dan la solución en un sistema coherente. Como sistema coherente elegimos, por supuesto, el de Giorgi (M. K. S.), no racionalizado y racionalizado; pero además, para mayor ilustración, resolvemos también los problemas en el sistema C. G. S. S., no racionalizado y racionalizado.

Ejercicio N.° 1

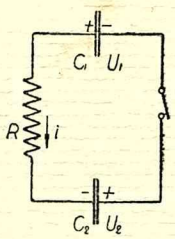


Fig. 1

Se ponen en contacto las armaduras de dos condensadores de capacidades C_1 y C_2 a través de una resistencia R (fig. 1). Sabiendo que antes de cerrar el circuito las d. d. p. U_1 y U_2 en los bornes de C_1 y C_2 respectivamente, estaban en serie, determinar el tiempo al cabo del cual la tensión resultante en el circuito es sólo 1 % del valor absoluto común al que tienden las tensiones en los bornes de los dos condensadores. Se des-

preciarán los efectos de self-inducción y se supondrán perfectos los dieléctricos.

El condensador C_1 es esférico; el radio de la esfera exterior es r_e, el de la esfera interior es r_i; el dieléctrico es aire.

El condensador C_2 es plano (fig. 2); paralelamente a las armaduras y equidistante de ellas se ha colocado dentro del aire una lámina aislante de constante dieléctrica relativa ε_a y de espesor igual a la mitad de la distancia e entre aquellas; la superficie, igual para la lámina y las armaduras, es $a \times a$.

Se despreciarán las influencias de los bordes y de los conductores de unión.

Solución

Designamos por u_1 y u_2 las tensiones en un instante cualquiera en los bornes de los condensadores C_1 y C_2 respectivamente; i es la corriente en el circuito. Se tiene

$$u_1 + u_2 = Ri \tag{1}$$

$$i = -C_1 \frac{du_1}{dt} = -C_2 \frac{du_2}{dt} \tag{2}$$

Combinando (1) y (2) obtenemos

$$RC_1C_2 \frac{di}{dt} + (C_1 + C_2)i = o \tag{3}$$

ecuación que, resuelta, nos da

$$i = Ae^{-t/\tau} \tag{4}$$

siendo la constante de tiempo

$$\tau = \frac{C_1C_2R}{C_1+C_2} \tag{5}$$

La constante A se obtiene a partir de las condiciones iniciales

$$t = o \qquad i = A = \frac{U_1+U_2}{R}$$

de donde

$$i = \frac{U_1+U_2}{R} e^{-t/\tau} \tag{6}$$

La tensión resultante en el circuito es

$$u_1 + u_2 = Ri = (U_1 + U_2)e^{-t/\tau} \tag{7}$$

El valor absoluto de la tensión final en los bornes de cada condensador es

$$U_c = \left| \frac{C_1 U_1 - C_2 U_2}{C_1 + C_2} \right| \tag{8}$$

y el tiempo buscado está definido por

$$(U_1 + U_2) e^{-t_1/\tau} = 0{,}01\, U_c$$

o sea

$$t_1 = \tau \log_e \frac{U_1 + U_2}{0{,}01\, U_c} \tag{9}$$

Quedan por determinar las capacidades C_1 y C_2. Se tiene

$$C_1 = \varepsilon_a \varepsilon_o \frac{r_e r_i}{r_e - r_i} \text{ (sistema no racionalizado)} \tag{10}$$

o

$$C_1 = 4\pi \varepsilon_a \varepsilon_o \frac{r_e r_i}{r_e - r_i} \text{ (sistema racionalizado)} \tag{10a}$$

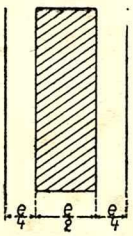


Fig. 2

Para determinar C_2 (fig. 2), basta observar que las superficies de separación de los medios dieléctricos de constante diferente son equipotenciales y por consiguiente podemos suponerlas conductoras sin cambiar la distribución. C_2 queda así transformado en tres condensadores en serie: el primero con lámina de aire de espesor $e_a = e/4$, el segundo con lámina dieléctrica sólida de espesor $e_d = e/2$, y el tercero idéntico al primero. La capacidad total es, por consiguiente,

$$C_2 = \frac{S}{4\pi \left(\frac{e_a}{\varepsilon_a \varepsilon_o} + \frac{e_d}{\varepsilon_d \varepsilon_o} + \frac{e_a}{\varepsilon_a \varepsilon_o} \right)} = \varepsilon_a \varepsilon_o \frac{S}{2\pi e \left(1 + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_d} \right)} \tag{11}$$

(sistema no racionalizado)

o

$$C_2 = \frac{S}{\frac{e_a}{\varepsilon_a \varepsilon_o} + \frac{e_d}{\varepsilon_d \varepsilon_o} + \frac{e_a}{\varepsilon_a \varepsilon_o}} = \varepsilon_a \varepsilon_o \frac{S}{\frac{e}{2} \left(1 + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_d} \right)} \tag{11a}$$

(sistema racionalizado)

Aplicación numérica

a) Datos: $U_1 = 220$ V; $U_2 = 140$ V; $R = 10000\ \Omega$; $r_e = 30$ cm; $r_i = 28$ cm; $e = 1$ cm; $a = 50$ cm; $\varepsilon_d\,\varepsilon_o = 2{,}5$ U.E.S.; $\varepsilon_a\,\varepsilon_o = 1$ U.E.S.

Las magnitudes están expresadas en unidades E.S.C.G.S. y prácticas.

El cálculo de las capacidades es particularmente cómodo en el sistema E. S. C. G. S. Las fórmulas (10) y (11) dan

$$C_1 = 1.\ \frac{30\,.\,28}{2} = 420 \text{ U.E.S.C.G.S.}$$

y

$$C_2 = 1.\ \frac{50.50}{6{,}28.1\left(1 + \frac{1}{2{,}5}\right)} = 284 \text{ U.E.S.C.G.S.}$$

La d.d.p. común U_c se determina aplicando la relación (8), en la que no hay ningún inconveniente en expresar U y C en sistemas diferentes, dado que sólo interviene la relación de las capacidades:

$$U_c = \frac{220.420 - 140.284}{704} = 74{,}5 \text{ V}$$

En cambio, al calcular la constante de tiempo tenemos que hibridizar la relación (5), introduciendo el coeficiente $\frac{1}{9}.10^{-11}$, puesto que la capacidad está expresada en U. E. S. C. G. S. y la resistencia en unidades prácticas. Resulta

$$\tau = \frac{C_1}{C_1 + C_2}\,C_2.R.\frac{1}{9}.10^{-11} = \frac{420}{704}.284.10000.\frac{1}{9}.10^{-11} = 1{,}89.10^{-6} \text{ s}$$

Tenemos finalmente, a partir de (9)

$$t_1 = 1{,}89.10^{-6}\log_e\frac{360}{0{,}745} = 11{,}7.10^{-6} \text{ s}$$

b) Sistema Giorgi no racionalizado.

Reduzcamos los datos a dicho sistema. Tendremos

$U_1 = 220$ V; $U_2 = 140$ V; $R = 10000\ \Omega$; $r_e = 0{,}3$ m; $r_i = 0{,}28$ m; $e = 0{,}01$ m; $a = 0{,}5$ m; $\varepsilon_d\,\varepsilon_o = 2{,}5.\frac{1}{9}.10^{-9}$ U.G. no rac.; $\varepsilon_a\,\varepsilon_o = 1.\frac{1}{9}.10^{-9}$ U.G. no rac.

Las capacidades son [fórmulas (10) y (11)]

$$C_1 = 1 \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-9} \cdot \frac{0{,}3 \cdot 0{,}28}{0{,}02} = 46{,}6 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

y

$$C_2 = 1 \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-9} \frac{0{,}5 \cdot 0{,}5}{6{,}28 \cdot 0{,}01 \left(1 + \frac{1}{2{,}5}\right)} = 31{,}5 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

La d.d.p. U_c es [fórmula (8)]

$$U_c = \frac{220 \cdot 46{,}6 \cdot 10^{-11} - 140 \cdot 31{,}5 \cdot 10^{-11}}{78{,}1 \cdot 10^{-11}} = 74{,}5 \text{ V}$$

La constante de tiempo τ es [fórmula (5)]

$$\tau = \frac{46{,}6 \cdot 10^{-11} \cdot 31{,}5 \cdot 10^{-11}}{78{,}1 \cdot 10^{-11}} \cdot 10000 = 1{,}89 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

y finalmente [fórmula (9)]

$$t_1 = 11{,}7 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

c) Sistema Giorgi racionalizado.

Los datos son los mismos que en *b)*, salvo $\varepsilon_a \varepsilon_o = 2{,}5 \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-9}$ F/m y $\varepsilon_a \varepsilon_o = 1 \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-9}$ F/m.

Las capacidades son [fórmulas (10a) y (11a)]

$$C_1 = 4\pi \cdot 1 \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-9} \frac{0{,}3 \cdot 0{,}28}{0{,}02} = 46{,}6 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

y

$$C_2 = 1 \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-9} \frac{0{,}5 \cdot 0{,}5}{\frac{0{,}01}{2}\left(1 + \frac{1}{2{,}5}\right)} = 31{,}5 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

Continuamos como en *b)*.

d) Sistema C.G.S.S. no racionalizado.

Los datos son:

$U_1 = 220$ V; $U_2 = 140$ V; $R = 10000$ Ω; $r_e = 30$ cm; $r_i = 28$ cm; $e = 1$ cm; $a = 50$ cm; $\varepsilon_a \varepsilon_o = 2{,}5 \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$ U.C.G.S.S. no rac.; $\varepsilon_a \varepsilon_o = 1 \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$ U.C.G.S.S. no rac.

Las capacidades son [fórmulas (10) y (11)]

$$C_1 = 1 \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-11} \frac{30.28}{2} = 46{,}6 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

y

$$C_2 = 1 \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-11} \frac{50 \cdot 50}{6{,}28 \cdot 1 \left(1 + \frac{1}{2{,}5} \right)} = 31{,}5 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

Continuamos como en *b*).

e) Sistema C.G.S.S. racionalizado.

Los datos son los mismos que en *d)* salvo $\varepsilon_d \varepsilon_o = 2{,}5 \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$ F/cm y $\varepsilon_a \varepsilon_o = 1 \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$ F/cm.

Las capacidades son [(fórmulas (10a) y (11a)]

$$C_1 = 4\pi \cdot 1 \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{9} 10^{-11} \frac{30.28}{2} = 46{,}6 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

y

$$C_2 = 1 \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{9} 10^{-11} \frac{50 \cdot 50}{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2{,}5} \right)} = 31{,}5 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

Continuamos como en *b*).

Ejercicio N.° 2

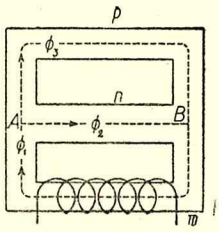


Fig. 1

Dado el circuito magnético de la fig. 1, determinar las reluctancias de las ramas

AmB : longitud l_1, sección S_1
AnB : longitud l_2, sección S_2
ApB : longitud l_3, sección S_3

cuando el arrollamiento excitador de N espiras está recorrido por una corriente I. Se da la curva $B = f(H)$ del material del circuito; se despreciará la dispersión magnética.

Solución

La fórmula

$$R = \frac{l}{\mu \mu_o S} \qquad (1)$$

no se puede aplicar inmediatamente ya que μ es función de la inducción. Empecemos pues por determinar la distribución de los flujos.

Las ecuaciones del circuito son

$$M = H_1 l_1 + H_2 l_2 \tag{2}$$

$$H_2 l_2 - H_3 l_3 = 0 \tag{3}$$

$$B_1 S_1 = B_2 S_2 + B_3 S_3 \tag{4}$$

con

$$B_1 = f(H_1) \qquad B_2 = f(H_2) \qquad B_3 = f(H_3)$$

y

$$M = 4\pi N I \text{ (sistema no racionalizado)} \tag{5}$$

o

$$M = N I \text{ (sistema racionalizado)} \tag{5a}$$

donde los índices 1, 2 y 3 designan los valores de las magnitudes correspondientes en las ramas AmB, AnB y ApB respectivamente.

A partir de $B = f(H)$ determinamos fácilmente $B_1 S_1 = f(H_1 l_1)$ multiplicando por S_1 las ordenadas y por l_1 las abscisas de $B = f(H)$: es la curva *1* de la fig. 2; de la misma manera trazamos $B_2 S_2 = f(H_2 l_2)$ y $B_3 S_3 = f(H_3 l_3)$: son las curvas *2* y *3* de la fig. 2. Adicionemos, para el mismo valor de $H_2 l_2 = H_3 l_3$, las ordenadas de las características parciales *2* y *3*; obtenemos la curva *4* que representa

$$B_2 S_2 + B_3 S_3 = B_1 S_1 = \varphi(H_2 l_2) = \varphi(H_3 l_3)$$

teniendo en cuenta las relaciones (3) y (4).

Tomemos ahora un segmento horizontal de longitud igual a M a la escala elegida, que desplazamos paralelamente a sí mismo hasta que corte en A y C las características *1* y *4*. Tenemos entonces

$$M = AC = AB + BC = H_1 l_1 + H_2 l_2$$

que es la ecuación (2): el problema está pues resuelto: a partir de $BC = H_2 l_2 = H_3 l_3$ se deducen H_2 y H_3 y a partir de $AB = H_1 l_1$ se calcula H_1; los valores de B correspondientes permiten calcular

$$\mu\mu_0 = \frac{B}{H} \tag{6}$$

y las reluctancias por la fórmula (1).

Aplicación numérica

a) Datos: la curva $B = f(H)$ es

H Oe	2	3	5	10	20	40	60	80	100	200
B Gs	7000	10000	12300	13400	14600	15700	16400	17000	17400	18700

400	800	1200	1600	2000
20000	21000	21700	22300	22800

$l_1 = 40$ cm; $S_1 = 3$ cm^2; $l_2 = 10$ cm; $S_2 = 1$ cm^2; $l_3 = 20$ cm; $S_3 = 1{,}5$ cm^2; $N = 1468$ espiras; $I = 5$ A.

Las magnitudes están expresadas en unidades E.M.C.G.S. y prácticas.

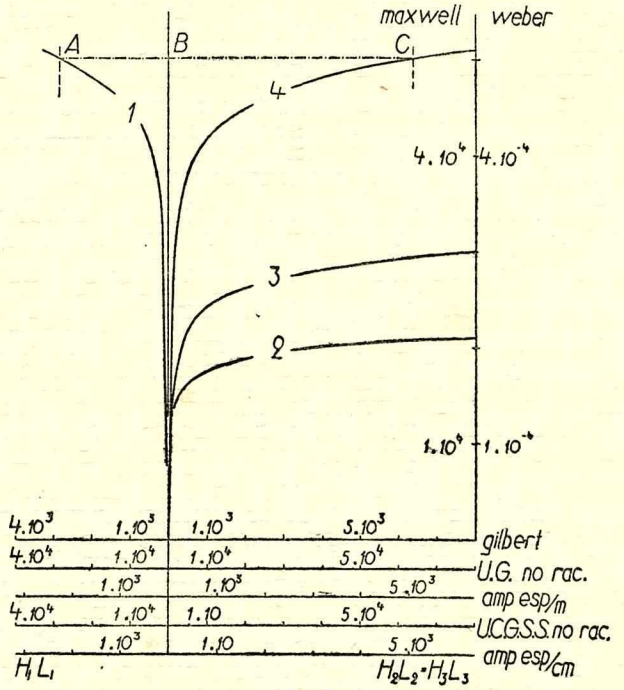


Fig. 2

Trazamos $B_1 S_1 = f(H_1 l_1)$, $B_2 S_2 = f(H_2 l_2)$, $B_3 S_3 = f(H_3 l_3)$ y $B_1 S_1 = \varphi(H_2 l_2)$ (fig. 2); a título de ejemplo indicamos algunos valores relativos a $B_3 S_3 = f(H_3 l_3)$:

$H_3 l_3$ Gb	40	800	1200	1600	2000	4000	8000	.....
$B_3 S_3$ Mx	10500.....	23600	24600	25500	26100	28100	30000	.....

Tendremos que hibridizar la relación (5), introduciendo el coeficiente 10^{-1}, porque I está expresada en unidades prácticas y queremos obtener M en el sistema E.M.C.G.S.

Escribimos pues

$$M = 4\pi N I \,.\, 10^{-1} = 12{,}56 \,.\, 1468 \,.\, 5 \,.\, 10^{-1} = 9220 \text{ Gb}$$

Ubicando M entre las curvas 1 y 4 (fig. 2) se tiene

$$A\,B = 2820 \text{ Gb} = H_1 l_1 \quad \text{y} \quad A\,C = 6400 \text{ Gb} = H_2 l_2 = H_3 l_3$$

de donde

$H_1 = 70{,}5$ Oe $\quad B_1 = 16800$ Gs $\quad \mu_1 \mu_o = 238$ U.E.M.

$H_2 = 640$ Oe $\quad B_2 = 20800$ Gs $\quad \mu_2 \mu_o = 32{,}4$ U.E.M.

$H_3 = 320$ Oe $\quad B_3 = 19600$ Gs $\quad \mu_3 \mu_o = 61$ U.E.M.

y

$$R_1 = \frac{l_1}{\mu_1 \mu_o S_1} = \frac{40}{238 \,.\, 3} = 0{,}056 \text{ U.E.M.C.G.S.}$$

$$R_2 = \frac{l_2}{\mu_2 \mu_o S_2} = \frac{10}{32{,}4 \,.\, 1} = 0{,}309 \text{ U.E.M.C.G.S.}$$

$$R_3 = \frac{l_3}{\mu_3 \mu_o S_3} = \frac{20}{61 \,.\, 1{,}5} = 0{,}218 \text{ U.E.M.C.G.S.}$$

b) Sistema Giorgi no racionalizado.

Transformamos los datos

H U.G no rac.	2000	40000	60000	200000	400000 ....
B Wb/m²	0,7	1,57	1,64	1,87	2 ....

$l_1 = 0{,}4$ m; $S_1 = 0{,}0003$ m²; $l_2 = 0{,}1$ m; $S_2 = 0{,}0001$ m²; $l_3 = 0{,}2$ m; $S_3 = 0{,}00015$ m²; $N = 1468$ espiras; $I = 5$ A.

Conservamos el mismo gráfico para las características parciales; la graduación de las abscisas queda multiplicada por 10 y la de las ordenadas por 10^{-8}; así $B_3 S_3 = f(H_3 l_3)$ es

$H_3 l_3$ U.G. no rac.	400 ...	8000	12000 ...	40000	80000 ...
$B_3 S_3$ Wb	$1{,}05 \cdot 10^{-4}$ ...	$2{,}36 \cdot 10^{-4}$	$2{,}46 \cdot 10^{-4}$ ...	$2{,}81 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$ ...

La f. m. m. es [fórmula (5)]

$$M = 12{,}56 \cdot 1468 \cdot 5 = 92200 \text{ U.G. no rac.}$$

De las características con las escalas modificadas (fig. 2) se deduce

$H_1 l_1 = 28200$ U.G. no rac. $\quad H_2 l_2 = H_3 l_3 = 64000$ U.G. no rac.

de donde

$$H_1 = 70{,}5 \cdot 10^3 \text{ U.G. no rac.} \quad B_1 = 1{,}68 \text{ Wb/m}^2$$
$$\mu_1 \mu_o = 238 \cdot 10^{-7} \text{ U.G. no rac.}$$

$$H_2 = 640 \cdot 10^3 \text{ U.G. no rac.} \quad B_2 = 2{,}08 \text{ Wb/m}^2$$
$$\mu_2 \mu_o = 32{,}4 \cdot 10^{-7} \text{ U.G. no rac.}$$

$$H_3 = 320 \cdot 10^3 \text{ U.G. no rac.} \quad B_3 = 1{,}96 \text{ Wb/m}^2$$
$$\mu_3 \mu_o = 61 \cdot 10^{-7} \text{ U.G. no rac.}$$

Las reluctancias son [fórmula (1)]

$$R_1 = \frac{0{,}4}{238 \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^{-4}} = 0{,}056 \cdot 10^9 \text{ U.G. no rac.}$$

$$R_2 = 0{,}309 \cdot 10^9 \text{ U.G. no rac.}$$

$$R_3 = 0{,}218 \cdot 10^9 \text{ U.G. no rac.}$$

c) Sistema Giorgi racionalizado.

El único dato que se modifica respecto a *b)* es $B = f(H)$. Tenemos

H ampere espira/m	159 ...	3180	4780 ...	15900	31800 ...
B W/m²	0,7 ...	1,57	1,64 ...	1,87	2 ...

La graduación de las abscisas de las características parciales relativas a *b)* queda dividida por 4π; así por ejemplo $B_3 S_3 = f(H_3 l_3)$ es

$H_3 l_3$ ampere espira	31,8 ...	636	956 ...	3180	6360 ...
$B_3 S_3$ Wb	$1{,}05 \cdot 10^{-4}$ ..	$2{,}36 \cdot 10^{-4}$	$2{,}46 \cdot 10^{-4}$ ..	$2{,}81 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$ ...

La f. m. m. es [fórmula (5a)]

$$M = 1468.5 = 7340 \text{ ampere espira}$$

De las características parciales (fig. 2) se deduce

$H_1 l_1 = 2240$ ampere espira $\quad H_2 l_2 = H_3 l_3 = 5100$ ampere espira

de donde

$H_1 = 5600$ ampere espira/m $B_1 = 1{,}68$ Wb/m²

$\mu_1 \mu_o = 3000.10^{-7}$ H/m

$H_2 = 51000$ ampere espira/m $B_2 = 2{,}08$ Wb/m²

$\mu_2 \mu_o = 406.10^{-7}$ H/m

$H_3 = 25500$ ampere espira/m $B_3 = 1{,}96$ Wb/m²

$\mu_3 \mu_o = 766.10^{-7}$ H/m

Las reluctancias son [fórmula (1)]

$$R_1 = \frac{0{,}4}{3000.10^{-7}.3.10^{-4}} = 44{,}4.10^5 \text{ ampere espira/Wb}$$

$R_2 = 246.10^5$ ampere espira/Wb

$R_3 = 173.10^5$ ampere espira/Wb

d) Sistema C.G.S.S. no racionalizado.

Los datos son

H U.C.G.S.S. no rac.	20 ...	400	600...	2000	4000...
B Wb/cm²	$0{,}7.10^{-4}$..	$1{,}57.10^{-4}$	$1{,}64.10^{-4}$..	$1{,}87.10^{-4}$	2.10^{-4} ...

$l_1 = 40$ cm; $S_1 = 3$ cm²; $l_2 = 10$ cm; $S_2 = 1$ cm²; $l_3 = 20$ cm; $S_3 = 1{,}5$ cm²; $N = 1468$ espiras; $I = 5$ A.

La característica parcial $B_3 S_3 = f(H_3 l_3)$ es

$H_3 l_3$ U.C.G.S.S. no rac.	400	...	8000	12000	...	40000	80000	...
$B_3 S_3$ Wb	$1{,}05.10^{-4}$	...	$2{,}36.10^{-4}$	$2{,}46.10^{-4}$	...	$2{,}81.10^{-4}$	3.10^{-4}	...

La f. m. m. es [fórmula (5)]

$$M = 12{,}56.1468.5 = 92200 \text{ U.C.G.S.S. no rac.}$$

Los valores de $H_1 l_1$, $H_2 l_2$ y $H_3 l_3$ son los mismos que en el sistema Giorgi no racionalizado. Se deduce

$H_1 = 705$ U.C.G.S.S. no rac. $B_1 = 1{,}68.10^{-4}$ Wb/cm²

$\mu_1 \mu_o = 238.10^{-9}$ U.C.G.S.S. no rac.

$H_2 = 6400$ U.C.G.S.S. no rac. $\quad B_2 = 2{,}08 \cdot 10^{-4}$ Wb/cm^2

$\mu_2 \mu_o = 32{,}4 \cdot 10^{-9}$ U.C.G.S.S. no rac.

$H_3 = 3200$ U.C.G.S.S. no rac. $\quad B_3 = 1{,}96 \cdot 10^{-4}$ Wb/cm^2

$\mu_3 \mu_o = 61 \cdot 10^{-9}$ U.C.G.S.S. no rac.

Las reluctancias son [fórmula (1)]

$$R_1 = \frac{40}{238 \cdot 10^{-9} \cdot 3} = 0{,}056 \cdot 10^9 \text{ U.C.G.S.S. no rac.}$$

$$R_2 = 0{,}309 \cdot 10^9 \text{ U.C.G.S.S. no rac.}$$

$$R_3 = 0{,}218 \cdot 10^9 \text{ U.C.G.S.S. no rac.}$$

e) Sistema C.G.S.S. racionalizado.

El único dato que se modifica respecto a *d)* es $B = f(H)$.
Se tiene

H ampere espira/cm	1,59 ..	31,8	47,8 ..	159	318 ..
B Wb/cm^2	$0{,}7 \cdot 10^{-4}$ ..	$1{,}57 \cdot 10^{-4}$	$1{,}64 \cdot 10^{-4}$ ..	$1{,}87 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$ ..

La característica parcial $B_3 S_3 = f(H_3 l_3)$ es

$H_3 l_3$ ampere espira	31,8 ..	636	956 ..	3180	6360 ..
$B_3 S_3$ Wb	$1{,}05 \cdot 10^{-4}$ ..	$2{,}36 \cdot 10^{-4}$	$2{,}46 \cdot 10^{-4}$ ..	$2{,}81 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$ ..

La f. m. m. es [fórmula (5a)]

$$M = 1468.5 = 7340 \text{ ampere espira}$$

Los valores de $H_1 l_1$, $H_2 l_2$ y $H_3 l_3$ son los mismos que en el sistema Giorgi racionalizado.

Se tiene

$H_1 = 56$ ampere espira/cm $\quad B_1 = 1{,}68 \cdot 10^{-4}$ Wb/cm^2

$\mu_1 \mu_o = 3000 \cdot 10^{-9}$ H/cm

$H_2 = 510$ ampere espira/cm $\quad B_2 = 2{,}08 \cdot 10^{-4}$ Wb/cm^2

$\mu_2 \mu_o = 406 \cdot 10^{-9}$ H/cm

$H_3 = 255$ ampere espira/cm $\quad B_3 = 1{,}96 \cdot 10^{-4}$ Wb/cm^2

$\mu_3 \mu_o = 766 \cdot 10^{-9}$ H/cm

Las reluctancias son [fórmula (1)]

$$R_1 = \frac{40}{3000.10^{-9}.3} = 44{,}4.10^5 \text{ ampere espira/Wb}$$

$$R_2 = 246.10^5 \text{ ampere espira/Wb}$$

$$R_3 = 173.10^5 \text{ ampere espira/Wb}$$

Ejercicio No. 3

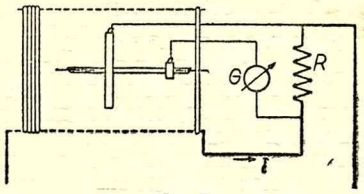


Fig. 1

En el interior de un solenoide horizontal, de N_1 espiras por unidad de longitud, se hace girar un disco de diámetro d a velocidad constante; el eje de rotación del disco coincide con el eje del solenoide. Dos frotadores recogen la f. e. m. E inducida entre el eje y la periferia del disco (fig. 1); esta f. e. m. está en oposición con la caída de potencial que produce en los bornes de una resistencia R la corriente I que recorre el solenoide. Sabiendo que para una velocidad del disco de n revoluciones por segundo el galvanómetro G permanece en cero, determinar

1) el valor de R, suponiendo el eje del solenoide normal al meridiano magnético;
2) el valor máximo de la corrección debida al campo terrestre, cuya componente horizontal es H_t.

Se despreciará la influencia de los extremos del solenoide.

Solución

1) La f. e. m. inducida E puede ponerse bajo la forma

$$E = M\, n\, I \qquad (1)$$

donde M designa el coeficiente de inducción mutua entre el solenoide y la periferia del disco

$$M = 4\,\pi\,\mu_a\,\mu_o\,N_1\,S \text{ (sistema no racionalizado)} \qquad (2)$$

o

$$M = \mu_a\,\mu_o\,N_1\,S \text{ (sistema racionalizado)} \qquad (2a)$$

siendo $S = \frac{\pi\, d^2}{4}$ la superficie del disco.

Cuando el galvanómetro está en cero

$$E = R\,I \tag{3}$$

de donde

$$R = M\,n \tag{4}$$

2) La corrección debida al campo terrestre es máxima cuando el eje del solenoide está en el plano del meridiano magnético. El flujo de inducción terrestre a través del disco es entonces

$$\Phi_t = \pm \mu_a\,\mu_o\,H_t\,S \tag{5}$$

mientras que el flujo de inducción debido al solenoide es

$$\Phi_s = M\,I \tag{6}$$

Todo pasa como si M se transformara en

$$M' = M\left(1 \pm \frac{H_t}{4\pi N_1 I}\right) \quad \text{(sistema no racionalizado)} \tag{7}$$

o

$$M' = M\left(1 \pm \frac{H_t}{N_1 I}\right) \quad \text{(sistema racionalizado)} \tag{7a}$$

valor que debe intervenir en la relación (4) que se escribe entonces $R = M' n$.

Al no tener en cuenta H_t cometemos un error relativo máximo

$$\varepsilon = \frac{H_t}{4\pi N_1 I} \quad \text{(sistema no racionalizado)} \tag{8}$$

o

$$\varepsilon = \frac{H_t}{N_1 I} \quad \text{(sistema racionalizado)} \tag{8a}$$

Aplicación numérica

a) Datos: $N_1 = 120$ espira/cm; $n = 12$ r. p. s.; $d = 10$ cm; $I = 0{,}5$ A; $\mu_a\,\mu_o = 1$ U.E.M.; $H_t = 0{,}2$ Oe.

Los datos están expresados en unidades E.M.C.G.S. y prácticas.

La relación (2) debe contener el coeficiente parásito 10^{-9}, dado que $\mu_a\,\mu_o$ y S están expresados en U.E.M.C.G.S. y queremos obtener M en henry.

Tendremos

$$M = 4\pi\,\mu_a\,\mu_o\,N_1 S.10^{-9} = 4\pi.1.120.\pi.\frac{10^2}{4}\,10^{-9} = 118.10^{-6}\ \text{H}$$

Por consiguiente, a partir de (4)

$$R = 118.10^{-6}.12 = 1{,}42.10^{-3}\,\Omega$$

El error relativo máximo debido al campo terrestre es, observando que la relación (8) debe contener el coeficiente parásito 10^{-1}, puesto que I está en ampere y H_t en oersted

$$\varepsilon = \frac{H_t}{4\pi N_1 I\, 10^{-1}} = \frac{0{,}2}{4\pi.120.0{,}5.10^{-1}} = 2{,}6.10^{-3}$$

b) Sistema Giorgi no racionalizado.

Los datos se escriben:

$N_1 = 12000$ espira/m; $n = 12$ r. p. s.; $d = 0{,}1$ m; $I = 0{,}5$ A; $\mu_a\,\mu_o = 1.10^{-7}$ U.G. no rac.; $H_t = 200$ U.G. no rac.

Tendremos [fórmula (2)]

$$M = 4\pi.1.10^{-7}.12000.78{,}5.10^{-4} = 118.10^{-6}\ \text{H}$$

y [fórmula (4)]

$$R = 1{,}42.10^{-3}\ \Omega$$

El error es [fórmula (8)]

$$\varepsilon = \frac{200}{4\pi.12000.0{,}5} = 2{,}6.10^{-3}$$

c) Sistema Giorgi racionalizado.

Los datos son los mismos que en *b)* excepto $\mu_a\,\mu_o = 1.4\pi.10^{-7}$ H/m y $H_t = 200/4\pi$ ampere espira/m.

Tendremos [fórmula (2a)]

$$M = 1.4\pi.10^{-7}.12000.78{,}5.10^{-4} = 118.10^{-6}\ \text{H}$$

y [fórmula (4)]

$$R = 1{,}42.10^{-3}\ \Omega$$

El error es [fórmula (8a)]

$$\varepsilon = \frac{200/4\pi}{12000.0{,}5} = 2{,}6.10^{-3}$$

d) Sistema C.G.S.S. no racionalizado.

Los datos son:

$N_1 = 120$ espira/cm; $n = 12$ r.p.s.; $d = 10$ cm; $\mu_a\,\mu_o = 1.10^{-9}$ U.C.G.S.S. no rac.; $H_t = 2$ U.C.G.S.S. no rac.

Tendremos [fórmula (2)]

$$M = 4\pi.1.10^{-9}.120.78{,}5 = 118.10^{-6} \text{ H}$$

y [fórmula (4)]

$$R = 1{,}42.10^{-3}\ \Omega$$

El error es [fórmula (8)]

$$\varepsilon = \frac{2}{4\pi.120.0{,}5} = 2{,}6.10^{-3}$$

e) Sistema C.G.S.S. racionalizado.

Los datos son los mismos que en *d)* excepto $\mu_a \mu_o = 1.4\pi.10^{-9}$ H/cm y $H_t = 2/4\pi$ ampere espira/cm.

Tendremos [fórmula (2α)]

$$M = 1.4\pi.10^{-9}.120.78{,}5 = 118.10^{-6} \text{ H}$$

y [fórmula (4)]

$$R = 1{,}42.10^{-3}\ \Omega$$

El error es [fórmula (8α)]

$$\varepsilon = \frac{2/4\pi}{120.0{,}5} = 2{,}6.10^{-3}$$

Ejercicio No. 4

El cuadro de un galvanómetro está constituído por N espiras de hilo de cobre de diámetro d; la altura del cuadro es a y el ancho b. El cuadro está suspendido de un hilo de constante de torsión C, en un campo radial de intensidad constante H. Se pide determinar

1) el período ideal (en ausencia de amortiguamiento) de las oscilaciones del cuadro;
2) la sensibilidad práctica del aparato en mm/μA.m y A.m/mm;
3) la resistencia crítica, sabiendo que el grado de amortiguamiento en circuito abierto es α_o.

Se conoce la densidad δ del cobre.

Solución.

El período ideal es

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{K}{C}} \qquad (1)$$

donde el momento de inercia se escribe

$$K \cong N \frac{\pi d^2}{4} \delta \frac{b^2}{2} \left(a + \frac{b}{3} \right) \qquad (2)$$

El par motor unitario es

$$\Phi_o = \mu_a \mu_o H N a b \qquad (3)$$

La sensibilidad en intensidad es

$$S_i = \frac{\Theta}{I} = \frac{\Phi_o}{C} = \frac{\mu_a \mu_o H N a b}{C} \qquad (4)$$

Indicaremos más adelante la expresión de la sensibilidad práctica.

La resistencia crítica es

$$R_c = \frac{\Phi_o^2}{2 \sqrt{KC} \ (1 - \alpha_o)} = \frac{(\mu_a \mu_o H N a b)^2}{2 \sqrt{KC} \ (1 - \alpha_o)} \qquad (5)$$

Aplicación numérica

a) Datos: $N = 60$ espiras; $d = 0{,}01$ cm; $a = 3$ cm; $b = 2$ cm; $H = 900$ Oe; $\mu_a \mu_o = 1$ U.E.M.; $\alpha_o = 0{,}1$; $C = 0{,}1$ erg/rad; $\delta = 8{,}9$ g/cm^3.

Nos serviremos de las unidades prácticas para las magnitudes eléctricas y de las E.M.C.G.S. para las magnitudes magnéticas y mecánicas.

Tendremos, aplicando (2)

$$K = 60 \cdot \frac{\pi \cdot 10^{-4}}{4} \cdot 8{,}9 \cdot \frac{4}{2} \left(3 + \frac{2}{3} \right) = 0{,}308 \text{ g. cm}^2$$

y a partir de (1)

$$T_o = 2\pi \sqrt{\frac{0{,}308}{0{,}1}} = 11 \text{ s}$$

El flujo Φ_o es, a partir de (3)

$$\Phi_o = 1.900.60.3.2 = 324000 \text{ Mx}$$

La fórmula (4) de la sensibilidad debe contener el coeficiente parásito 10^{-1}, dado que expresamos I en ampere, mientras que las otras magnitudes que figuran en ella están expresadas en U.E.M.C.G.S.

Tendremos

$$\frac{\Theta}{I.10^{-1}} = \frac{324000}{0,1} = 3240000 \text{ rad/U.E.M.C.G.S. de corriente}$$

o sea

$$\frac{\Theta}{I} = 3,24.10^{5} \text{ rad/A}$$

Es casi inútil recordar que este valor no tiene sentido físico, constituye sólo una convención.

La sensibilidad práctica en milímetros por microampere con la regla a un metro del espejo es

$$S_{\mu A}{}^{-1} = \frac{d\text{mm}}{D\text{m}\ I\mu\text{A}} = 2.10^{-3}\ \frac{\Theta}{I} = 648 \text{ mm/}\mu\text{ A.m}$$

y la sensibilidad práctica en amperes es

$$S_A = 1,54.10^{-9} \text{ A.m/mm}$$

La fórmula (5) que da la resistencia crítica debe contener el coeficiente parásito 10^{-9} porque R está en ohm y las otras magnitudes en U.E.M.C.G.S.; se tiene

$$R_c = \frac{324^2.10^6}{2\sqrt{0,308.0,1.0,9}}\ 10^{-9} = 332\ \Omega$$

b) Sistema Giorgi no racionalizado.

Datos: $N = 60$ espiras; $d = 10^{-4}$ m; $a = 3.10^{-3}$ m; $b = 2.10^{-2}$ m; $H = 9.10^{5}$ U.G. no rac.; $\mu_a \mu_o = 1.10^{-7}$ U.G. no rac.; $\alpha_o = 0,1$; $C = 10^{-8}$ joule/rad; $\delta = 8900$ kg/m^3.

Se tiene [fórmula (2)]

$$K = 60 \cdot \frac{\pi.10^{-8}}{4} \cdot 8,9.10^{3} \cdot \frac{4.10^{-4}}{2} \left(3.10^{-2} + \frac{2.10^{-2}}{3} \right) =$$

$$= 0,308.10^{-7} \text{ kg.m}^2$$

El período ideal es [fórmula (1)]

$$T_o = 2\pi \sqrt{\frac{0,308.10^{-7}}{10^{-8}}} = 11 \text{ s}$$

El flujo se escribe [fórmula (3)]

$$\Phi_0 = 1.10^{-7}.9.10^5.60.2.10^{-2}.3.10^{-2} = 324.10^{-5} \text{ Wb}$$

La sensibilidad en intensidad es [fórmula (4)]

$$\frac{\Theta}{I} = \frac{324.10^{-5}}{10^{-8}} = 3{,}24.10^5 \text{ rad/A}$$

y la sensibilidad práctica en intensidad, en milímetros por microampere con la regla a un metro del espejo, es

$$S_{\mu A}{}^{-1} = 648 \text{ mm/}\mu\text{A.m}$$

La resistencia crítica es [fórmula (5)]

$$R_c = \frac{324^2.10^{-10}}{2\sqrt{0{,}308.10^{-7}.10^{-8}.0{,}9}} = 332\,\Omega$$

c) Sistema Giorgi racionalizado.

Los datos son los mismos que en *b)*, salvo $\mu_a\mu_o = 1.4\pi.10^{-7}$ H/m y $H = \frac{1}{4\pi}\, 9.10^5$ ampere espira/m.

Si en vez de escribir

$$\Phi_0 = \mu_a\, \mu_0\, H\, N\, a\, b \qquad (3)$$

ponemos

$$\Phi_0 = B\, N\, a\, b \qquad (3a)$$

con

$$B = \mu_a\, \mu_0\, H = 1.10^{-7}.9.10^5 = 9.10^{-2} \text{ Wb/m}^2 \text{ (sistema no rac.)}$$

o

$$B = \mu_a\, \mu_0\, H = 1.4\pi.10^{-7} \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot 9.10^5 = 9.10^{-2} \text{ Wb/m}^2 \text{ (sistema rac.)}$$

la solución es válida absolutamente sin ningún cambio en los sistemas racionalizado y no, puesto que la unidad de inducción es la misma en ambos.

d) Sistemas C.G.S.S.

Introduciremos B, de manera que la solución será válida en los sistemas racionalizado y no racionalizado.

Tenemos: $N = 60$ espiras; $d = 10^{-2}$ cm; $a = 3$ cm; $b = 2$ cm;

$B = \mu_a\, \mu_0\, H = 1.10^{-9}.9000 = 1.4\pi.10^{-9}\, \frac{1}{4\pi} 9000 = 9.10^{-6}$ Wb/cm^2;

$\alpha_0 = 0{,}1$; $C = 10^{-8}$ joule/rad; $\delta = 8{,}9 . 10^{-7}$ g. siete/cm^3.

El momento de inercia es [fórmula (2)]

$$K = 60 \cdot \frac{\pi . 10^{-4}}{4} 8{,}9 . 10^{-7} \frac{4}{2} \left(3 + \frac{2}{3} \right) = 0{,}308 . 10^{-7} \text{ g. siete.cm}^2$$

El período ideal es [fórmula (1)]

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{0{,}308 . 10^{-7}}{10^{-8}}} = 11 \text{ s}$$

El flujo es [fórmula (3α)]

$$\Phi_0 = 9 . 10^{-6} . 60 . 2 . 3 = 324 . 10^{-5} \text{ Wb}$$

La sensibilidad en intensidad es [fórmula (4)]

$$\frac{\Theta}{I} = \frac{324 . 10^{-5}}{10^{-8}} = 3{,}24 . 10^5 \text{ rad/A}$$

y la sensibilidad práctica en intensidad

$$S_{\mu A^{-1}} = 648 \text{ mm/}\mu\text{A.m}$$

La resistencia crítica es [fórmula (5)]

$$R_c = \frac{324^2 . 10^{-10}}{2\sqrt{0{,}308 . 10^{-7} . 10^{-8} . 0{,}9}} = 332 \ \Omega$$

Ejercicio No. 5

Determinar el valor aproximado del período propio de un alternador trifásico, estrella, de frecuencia f, tensión entre hilos U_c, potencia aparente P_s, n revoluciones por unidad de tiempo, funcionando a intensidad nominal con $\cos \varphi$ dado. Se conocen el valor $L\omega$ de la reactancia síncrona por fase en dicho funcionamiento y el PD^2 del grupo; se despreciarán la resistencia del inducido y el grado de amortiguamiento.

Solución

El par sincronizante unitario es

$$C_0 = \frac{p^2 E_c U_c}{L \omega^2} \cos \Theta \qquad (1)$$

con

$$p = \frac{f}{n} \tag{2}$$

De la relación

$$\overline{E}_c = \overline{U}_c + \sqrt{3}\, L\omega\, \overline{I} \tag{3}$$

deducimos

$$E_c^2 = U_c^2 + 3\, L^2\, \omega^2\, I^2 + 2\sqrt{3}\, L\omega\, U_c\, I\, sen\, \varphi \tag{4}$$

y

$$\frac{E_c}{cos\varphi} = \frac{\sqrt{3}\, L\omega\, I}{sen\, \Theta} \tag{5}$$

con

$$I = \frac{P_s}{\sqrt{3}\, U_c} \tag{6}$$

Determinados E_c, $cos\ \Theta$ y C_o calculamos

$$T_o = 2\pi \sqrt{\frac{K}{C_o}} \tag{7}$$

y

$$f_o = \frac{1}{T_o} \tag{8}$$

La determinación de K a partir de PD^2 se verá más adelante.

Aplicación numérica

Datos: $U_c = 6300$ V; $P_s = 8000$ kV A; $f = 50$ Hz; $n = 375$ r.p.m.; $cos\ \varphi = 0{,}8$; $L\omega = 2{,}44\ \Omega$ por fase; $PD^2 = 78800$ kg-f. m^2.

Los datos están expresados en unidades prácticas, salvo el PD^2 que está en unidades del sistema metro, kilogramo fuerza, segundo y n en r. p. m.

El PD^2 sólo interesa para la aplicación de la relación (7) u (8); el cálculo del par C_o se hará pues en unidades prácticas.

Tenemos

$$I = \frac{8000000}{\sqrt{3}.6300} = 732 \text{ A}$$

De la relación (4), observando que $sen\ \varphi = 0{,}6$

$$E_c^2 = 6300^2 + 3.2{,}44^2.732^2 + 2.1{,}73.2{,}44.6300.732.0{,}6$$

deducimos

$$E_c = 8530 \text{ V}$$

De la relación (5)

$$sen\ \Theta = \frac{1{,}73 \cdot 2{,}44 \cdot 732 \cdot 0{,}8}{8530} = 0{,}29$$

y

$$\cos \Theta = 0{,}957$$

La fórmula (2) deberá contener el coeficiente parásito *60* puesto que expresamos n en r. p. m. y f en Hz. Tendremos

$$p = \frac{60\,f}{n} = \frac{3000}{375} = 8$$

y, de la relación (1)

$$C_o = \frac{64 \cdot 8530 \cdot 6300}{2{,}44 \cdot 314}\ 0{,}957 = 429 \cdot 10^4 \text{ joule/rad}$$

Podemos ahora seguir la solución en el sistema M.Kg-f.S. o en unidades prácticas.

a) Sistema M.Kg-f.S.

Recordemos que la unidad de masa de este sistema vale *9,81* kg, de modo que el par es

$$C_o = \frac{429 \cdot 10^4}{9{,}81} = 43{,}8 \cdot 10^4 \text{ kg-f.m.}$$

El momento de inercia es

$$K = \frac{PD^2}{4\,g} = \frac{78800}{4 \cdot 9{,}81} = 2010 \text{ U. de masa.m}^2$$

y finalmente [fórmula (7)]

$$T_o = 2\,\pi \sqrt{\frac{2010}{43{,}8 \cdot 10^4}} = 0{,}425 \text{ s}$$

o sea [fórmula (8)]

$$f_o = 2{,}35 \text{ Hz}$$

b) Sistemas prácticos.

El valor numérico del momento de inercia en el sistema M.K.S. se obtiene multiplicando por *9,81* el que tiene en el sistema M.Kg-f.S.

$$K = 9{,}81 \cdot 2010 = \frac{P\,D^2}{4} = 19700 \text{ kg m}^2$$

Ahora bien, el *kg* m^2 es una unidad común a todos los siste-

mas prácticos que conservan el joule y el segundo, puesto que $[K^{1/2}] = [C^{1/2}\,T]$; el valor de K es el mismo en estos sistemas; tendremos pues, indiferentemente, en los sistemas Q.E.S., Giorgi y C.G.S.S., racionalizados o no [fórmula (7)]

$$T_o = 2\pi \sqrt{\frac{19700}{429.10^4}} = 0{,}425 \text{ s}$$

y [fórmula (8)]

$$f_o = 2{,}35 \text{ Hz}$$

CAPITULO III.

HISTORIA DEL DESARROLLO DE LAS UNIDADES ELECTRICAS [1]

1. Primeras medidas "absolutas". Sistema M.M.S.

Los resultados de las experiencias que formaron la base de las leyes fundamentales de la electrostática y del electromagnetismo fueron expresados en unidades arbitrarias. Las primeras medidas electromagnéticas absolutas, que recurren, para la determinación de las magnitudes eléctricas, a las unidades de longitud, masa y tiempo (y, se entiende ahora, de permeabilidad), se deben a *Gauss* (1833), quien expresó los resultados en el sistema M.M.S. (milímetro, miligramo, segundo) que deriva directamente del sistema M.G.S. (metro, gramo, segundo). Este último sistema, que data de la Revolución Francesa, fué el primero coherente.

2. Primeros patrones. Comités de la B. A. (1867 - 1873). Sistemas M.G.S. y C.G.S. Primeras unidades prácticas.

Después de los descubrimientos de *Ampère*, *Ohm* y *Faraday*, la electricidad entró rápidamente en el dominio de las aplicaciones. Las exigencias de la práctica empezaron a hacerse sentir hacia 1850, con el desarrollo de la telegrafía. Los técnicos utilizaron primero patrones arbitrarios, establecidos sin preocuparse de su re-

(1) Se nos excusarán ciertas repeticiones del capítulo I, que creímos conveniente hacer para mayor claridad de exposición.

No hemos podido procurarnos todos los textos originales y tuvimos que tomar ciertos datos de otros trabajos de la misma índole; no es pues imposible que haya alguna inexactitud en el texto; agradeceremos al lector cualquier indicación al respecto.

lación con las unidades absolutas. Los patrones de resistencia de *Wheatstone* y *Jacobi* estaban constituídos por ciertos hilos de cobre; así el de *Jacobi* tenía una longitud de 7,61975 m y un diámetro de 0,667 mm, su masa era de 22,4932 g y su resistencia era del orden de 0,6 del ohm actual, porque el cobre era impuro. Se hicieron copias de esos patrones, pero siendo imposible en esa época fabricar un hilo metálico suficientemente homogéneo, de composición constante y que no presentara variaciones sensibles de las propiedades con el tiempo, se inclinaron finalmente las preferencias en favor del patrón Siemens, introducido hacia 1860, que consistía en una columna de mercurio (el único metal que se sabía obtener muy puro en aquella época) de 1 m de longitud y 1 mm^2 de sección, mantenida a 0°C: su resistencia era de 0,94073 del ohm internacional actual.

En 1861, *Latimer Clark* y *Bright* expusieron en la B. A. (British Association for Advancement of Sciences) la necesidad de crear un sistema realmente científico y también patrones de unidades eléctricas. La B. A. nombró un Comité que propuso (1867) un sistema electromagnético, M.G.S. (metro, gramo, segundo) de preferencia al F.G.S. (foot, grain, second). Para las necesidades de la práctica recomendó el empleo de los múltiplos o submúltiplos decimales de las unidades teóricas M.G.S.; así se crearon el ohm, el volt y el farad.

El ohm, unidad práctica de resistencia, se eligió igual a 10^7 U.E.M.M.G.S., por ser éste el múltiplo decimal más próximo al patrón Siemens. El patrón legal de Inglaterra (B. A. Unit) consistía en una bobina de aleación $^2/_3$ Pt - $^1/_3$ Ag. El ohm de la B. A. representaba la resistencia de 1,048 unidades Siemens; su valor, a causa de los errores de determinación, se apartaba en $\sim$ 1,35 % de la definición teórica de 10^7 U.E.M.M.G.S.

El volt, unidad práctica de tensión, se eligió igual a 10^5 U.E.M.M.G.S., por ser éste el múltiplo decimal más próximo a la f.e.m. del patrón Daniell, muy usado en esa época en los laboratorios.

El volt, unidad práctica de tensión, se eligió igual a 10^{-7} U.E.M.M.G.S.; el microfarad patrón de la B. A. valía pues 10^{-13} U.E.M.M.G.S. Observemos que este patrón se llamaba primitivamente "farad", pero se renunció a ese nombre para conservar como unidad coherente de cantidad de electricidad el actual coulomb, para el cual se propuso el nombre de weber. La unidad coherente de intensidad de corriente sería el weber por segundo, pero finalmente, y hasta 1881, se empleó en Inglaterra el nombre de

weber para designar la unidad práctica de intensidad. En cambio, en Alemania se llamaba weber a la unidad E.M.C.G.S. de intensidad. Para evitar confusiones se dió más tarde el nombre de ampere a la unidad práctica de intensidad.

Como la unidad de densidad en el sistema M.G.S. era el g/m^3, o sea la millonésima parte de la densidad del agua, *Lord Kelvin* obtuvo que un segundo Comité volviese a estudiar el asunto y en 1873 se decidió finalmente adoptar el sistema de unidades electromagnético con el gramo, el segundo y el centímetro como unidades mecánicas independientes. La adopción del centímetro provocó discusiones, porque el metro tenía partidarios; numerosos técnicos creen lamentable que no se haya adoptado el metro y ajustado la unidad de masa, haciéndola igual a una tonelada, para conservar la densidad del agua igual a la unidad: es el sistema M.T.S., que se adoptó en Francia en 1919 por estimar que el sistema C.G.S. no se adaptaba a las necesidades de la industria a causa de la pequeñez de sus unidades de longitud y masa.

Las unidades prácticas, expresadas en función de las E.M.C.G.S., son

1 ohm = 10^9 U.E.M.C.G.S.
1 volt = 10^8 U.E.M.C.G.S.
1 farad = 10^{-9} U.E.M.C.G.S.

3. Congreso de París, 1881. Se continúa la serie de unidades prácticas

El primer Congreso de Electricistas oficial internacional, que se realizó en París en 1881, adoptó el sistema E.M.C.G.S.; confirmó las unidades prácticas de la B. A. y les agregó el ampere, definido como la corriente engendrada en la resistencia de un ohm por la f.e.m. de un volt, y el coulomb, definido como la cantidad de electricidad transportada en un segundo por una corriente de un ampere. Las nuevas unidades son, por supuesto, submúltiplos decimales de las E.M.C.G.S.

1 coulomb = 10^{-1} U.E.M.C.G.S.
1 ampere = 10^{-1} U.E.M.C.G.S.

Puede observarse desde ya la gran diversidad de exponentes de 10 en los factores de transformación entre las unidades E.M.C.G.S. y las prácticas: 9, 8, —9, —1. Esto podría haberse evitado haciendo, como quería *Lord Kelvin*, 1 ampere = 1 U.E.M.C.G.S., consecuen-

cia de la proposición de *Esselbach* (1862) de elegir la unidad de d.d.p. igual a 10^9 U.E.M.C.G.S., conservando el ohm como unidad de resistencia. Infortunadamente este criterio no prosperó porque se encontraba la unidad de 10 V demasiado grande e incómoda: su valor difería mucho de la f.e.m. del elemento Daniell. La diversidad de los exponentes resultó más adelante particularmente molesta, porque ni el sistema E.M.C.G.S. ni el Q.E.S han podido, por razones de comodidad, ser empleados solos.

El Congreso se preocupó también de la representación material de las unidades eléctricas, y decidió que en esa época la mejor representación a adoptar para el ohm era la de una columna de mercurio de 1 mm^2 de sección, a 0°C, y de longitud a fijar por una Comisión internacional.

En lo que se refiere al patrón de tensión, la pila Daniell fué reemplazada desde 1873 por la Latimer Clark de sulfato de zinc, de f.e.m. mucho más concordante de un elemento a otro que la del elemento Daniell.

4. Conferencia de París, 1884. Unidades legales.

Después de realizadas las nuevas medidas absolutas, decididas por el Congreso de París, se reunió en París en 1884 una Conferencia internacional para la determinación de las unidades eléctricas. Se fijó allí por diez años la representación del ohm, llamada "ohm legal", definida como la resistencia a 0°C de una columna de mercurio de 1 mm^2 de sección y de 106 cm de longitud. Este patrón se aproximaba más al ohm teórico que el ohm B. A.; sin embargo se puede observar que la longitud, en centímetros, no tiene decimales: la precisión de las medidas absolutas era todavía pequeña en esa época, del orden de 0,5 - 1 %.

Se definieron el "ampere legal" y el "volt legal" en función de las unidades E.M.C.G.S. sin indicar sus representaciones.

Es de observar que se definió el ohm legal, en forma análoga al metro y al kilogramo, por su representación material, para ponerse al abrigo de cualquier discusión sobre el valor de las medidas absolutas.

5. Congreso de París, 1889. Se amplía la serie de unidades prácticas.

El segundo Congreso internacional, no oficial, se realizó en París en 1889. Se definieron allí nuevas unidades prácticas, coherentes con las anteriores

de trabajo: 1 joule = 10^7 U.C.G.S.
de potencia: 1 watt = 10^7 U.C.G.S.
y de coeficiente de inducción: 1 cuadrante = 10^9 U.E.M.C.G.S.

El Congreso discutió también las unidades magnéticas prácticas y recomendó el nombre de maxwell para designar la unidad de flujo magnético, igual a 10^8 U.E.M.C.G.S., y el de weber para designar la unidad de inducción magnética, igual a 10^8 U.E.M.C.G.S. Observemos aquí que si se conserva $\mu_o = 1$, la unidad práctica de inducción, coherente con las otras unidades prácticas existentes, vale 10^{-10} y no 10^8 U.E.M.C.G.S.

6. Unidades magnéticas.

Así como el problema de las unidades eléctricas se presentó a causa del desarrollo de la telegrafía, el de las unidades magnéticas se planteó naturalmente a causa del rápido desarrollo que empezó a experimentar en esa época la construcción de las máquinas eléctricas. Para el estudio de los circuitos magnéticos se necesitaban unidades y terminología cómodas, y en 1891 el A.I.E.E. (American Institute of Electrical Engineers) nombró un Comité de Unidades y Patrones que debía ocuparse especialmente de las unidades magnéticas. Este Comité recomendó, sin proponer nombres especiales, tarea que dejó al próximo Congreso internacional, adoptar las unidades de fuerza magnetomotriz, reluctancia y flujo en el sistema electromagnético práctico, y una unidad de inducción híbrida, igual a la unidad práctica de flujo por centímetro cuadrado.

7. Congreso de Chicago, 1893. Unidades internacionales. Unidades magnéticas.

En el tercer Congreso internacional realizado en Francfort en 1891, no oficial, se recomendaron, sin éxito, los nombres de gauss para la unidad de campo y de weber para la unidad de flujo, las dos en el sistema electromagnético práctico.

En 1892 se realizó en Edimburgo una Conferencia preparatoria del cuarto Congreso internacional, oficial, que se reunió en Chicago en 1893. Este Congreso ratificó las unidades prácticas definidas en París en 1889, pero reemplazando por henry el nombre de cuadrante, que se había dado a la unidad de coeficiente de inducción; sustituyó además las unidades "legales", cuyo plazo estaba por terminarse, por las unidades "internacionales". Se definió el ohm

internacional como 10^9 U.E.M.C.G.S.; su *representación* (y no su *definición*) es la resistencia ofrecida a una corriente constante por una columna de Hg a 0°C, de 106,3 cm de longitud, de sección uniforme y de 14,4521 g de masa. Obsérvese el aumento de precisión en la longitud (106,3 en lugar de 106), debido a que el progreso en la medida absoluta del ohm fué grande entre 1881 y 1893. Como la columna de Hg es una representación, y no una definición, está sujeta a las variaciones consecutivas al progreso de las medidas absolutas.

En forma análoga se definió el ampere internacional como 10^{-1} U.E.M.C.G.S. Su representación es menos precisa que la del ohm: se dice que el ampere está suficientemente bien representado, para las necesidades de la práctica, por la corriente constante que atravesando una solución de NO^3 Ag en el agua deposita, de acuerdo con especificaciones anexas, 0,001118 g de plata por segundo. Las reservas en la definición indican que los autores no la consideraban definitiva, aunque la juzgaban la mejor para esa época.

Las otras unidades eléctricas internacionales se deducen del ohm y del ampere internacionales; pero para las necesidades de la práctica se indicó una representación material de la d.d.p. bajo la forma de la f.e.m. e de la pila Latimer Clark, construída de acuerdo con especificaciones anexas: se fijó $e = 1{,}434$ V a 15°C. Es, en efecto, mucho más cómodo disponer de una pila y una resistencia patrones que de una resistencia y una cuba electrolítica, porque la electrolisis es una operación larga y delicada.

El Congreso se preocupó igualmente de las unidades magnéticas. Ya anteriormente se habían formulado objeciones contra el empleo de las unidades magnéticas en el sistema electromagnético práctico: eran demasiado incómodas. Además, los observatorios magnéticos, fundados hacia 1850, y que primero habían usado el sistema M.M.S., utilizaron a partir de 1875 el sistema C.G.S. El Congreso recomendó pues la adopción de las unidades magnéticas del sistema E.M.C.G.S., sin atribuirles nombres por el momento. Hasta esa época sólo se habían dado nombres a dos unidades C.G.S., dina y erg, derivados del griego.

8. Unidades magnéticas. Congreso de París, 1900.

Como los técnicos seguían reclamando nombres para las unidades magnéticas, el Comité de Unidades y Patrones del A.I.E.E.,

de acuerdo con la recomendación del Congreso de Chicago de conservar las unidades magnéticas E.M.C.G.S., propuso, a título provisorio:

unidad de flujo: weber

unidad de f.m.m.: gilbert, igual a $\frac{10}{4\pi}$ ampere espira

unidad de reluctancia: oersted

unidad de inducción: gauss

Hay que observar que la atribución de nombres de sabios a las unidades C.G.S. venía a crear cierta confusión, porque hasta ese momento sólo se habían dado tales nombres a las unidades prácticas: la intención de los fundadores había sido distinguir así las unidades prácticas de las C.G.S. Por otra parte, la iniciativa de un solo país, y no internacional, de dar el nombre de un sabio a una unidad determinada, corría el riesgo de provocar la oposición de otro país que podía estimar que ese nombre estaba mal aplicado, aduciendo por ejemplo que aquel sabio había trabajado en temas de poca relación con la magnitud a cuya unidad se quería dar su nombre. Y esto no dejó de producirse: hubo oposición más tarde al nombre de oersted dado a la unidad de reluctancia, porque *Oersted* no se ocupó de los circuitos magnéticos, y se dió su nombre a la unidad de campo, a causa de su descubrimiento fundamental. Un lector no advertido encontrará pues, con gran confusión de su parte, que el mismo nombre designa unidades de magnitudes distintas en diferentes publicaciones. Probablemente esta situación no se hubiese producido con nombres derivados del griego y del latín, porque la objeción citada más arriba perdería su razón de ser.

Por su parte *Lodge* recomendó en 1895, en el Comité de patrones eléctricos de la B. A., llamar weber a 10^8 U.E.M.C.G.S. de flujo, gauss a la unidad E.M.C.G.S. de f.m.m. y henry (ya unidad práctica de coeficiente de inducción) a 10^9 U.E.M.C.G.S. de permeancia.

En Francia, en el Congreso de Carthage (1896), *Blondel* propuso un sistema coherente de unidades magnéticas con el centímetro como unidad de longitud, resultado que obtuvo haciendo la unidad de permeabilidad igual a 10^9 U.E.M.C.G.S.; la unidad de flujo sería el weber (o maxwell), igual a 10^8 U.E.M.C.G.S. y la unidad de inducción, el weber (o maxwell) por centímetro cuadrado. El autor

propuso una serie de nombres para las principales unidades magnéticas.

Las proposiciones del A.I.E.E., publicadas en Francia por *Hospitalier*, fueron interpretadas por éste de la siguiente manera:

campo magnético: gauss
inducción magnética: gauss
flujo de fuerza magnética: weber
fuerza magnetomotriz: gilbert
reluctancia: oersted

El nombre de gauss, dado en Estados Unidos sólo a la unidad de inducción, se atribuyó también a la unidad de campo magnético. ¿De quién fué la falta? ¿De los autores norteamericanos, que no se habrían expresado con suficiente claridad, o del traductor francés? Las discusiones sobre este tema han sido numerosas; es probable que el error de traducción se debiese no solamente a las diferencias de terminología sino, sobre todo, a la concepción de los fenómenos magnéticos, diferente en Francia y en los países anglo-sajones, y a la idea, general en aquella época, de que la permeabilidad μ era un número puro.

Fué la terminología traducida por *Hospitalier* la adoptada por el Congreso no oficial de Ginebra en 1896; se agregó: "En el sistema electromagnético, estas dos cantidades físicas [1] tienen por relación $B = \mu H$. con la hipótesis fundamental de que μ es un número abstracto, una simple relación numérica. En tanto que no se hayan determinado las dimensiones absolutas de μ en función de LMT será lógico y racional medir H y B utilizando la misma unidad".

El quinto Congreso internacional, que se realizó en París en 1900, adoptó el nombre de gauss para designar a la unidad E.M.C.G.S. de *campo de fuerza magnética* H, y el de maxwell para la de flujo magnético. El malentendido continuaba: los delegados del A.I.E.E. partieron convencidos de que el nombre de gauss había sido atribuído a la unidad de *inducción* B, y en Estados Unidos se siguió utilizando el gilbert/cm como unidad de campo H. Observemos también que a partir de 1896 se empleó en las medidas del magnetismo terrestre la unidad γ igual a 10^{-5} E.M.C.G.S.; la elección de γ se hizo en honor de la memoria de *Gauss*.

(1) El campo de fuerza magnética (H) y la inducción magnética (B) — (N. del A.).

9. Congreso de St. Louis, 1904. Creación de la C.E.I.

A raíz de las decisiones del Congreso de Chicago, Francia propuso la reunión de una Convención internacional con el fin de preparar las leyes que los diversos países debían sancionar para hacer obligatorias las unidades internacionales. Pero sin esperar tal reunión, los Estados Unidos e Inglaterra promulgaron las leyes en cuestión en 1894, Francia en 1896 y Alemania en 1898. Sin embargo había divergencias de un país a otro, y para allanarlas el sexto Congreso internacional de St. Louis, en 1904, decidió crear dos Comisiones internacionales, encargadas respectivamente:

1.° del estudio de las unidades y patrones eléctricos, y

2.° del estudio de la unificación de la nomenclatura y de las características de las máquinas y aparatos eléctricos.

La segunda fué creada primero, en 1905, y funciona desde entonces de manera permanente. Estaba formada por los delegados de las sociedades técnicas y tomó el nombre de Comisión Electrotécnica Internacional, C.E.I. La C.E.I. ha realizado hasta la fecha numerosas reuniones plenarias, sin hablar de las de los Comités nacionales; actualmente está dividida en 26 secciones que se ocupan de las principales cuestiones que interesan a la electrotécnica.

La primera Comisión, que comprendía a los delegados de los gobiernos, sólo fué creada más tarde, después de la Conferencia de Londres.

10. Conferencia de Londres, 1908. Unidades internacionales.

En 1905 se realizó en Berlín (Charlottenburg) la primera Conferencia de los representantes de los grandes laboratorios nacionales. Se adoptó la pila Weston como patrón de f.e.m.; además se trató el asunto de las unidades internacionales, que fué vuelto a considerar por la Conferencia de Londres (1908).

El Congreso de Chicago había comprendido bajo el mismo nombre de unidad internacional a la definición y a la representación de las diversas unidades eléctricas; con el fin de evitar la variación del patrón con el progreso de las medidas, la Conferencia de Londres quiso hacer una distinción neta, aún en la designación, entre la definición y la representación de las unidades prácticas. Se distinguió pues entre las unidades prácticas *absolutas*, definidas en función de las electromagnéticas C.G.S., y las *internacionales*, basadas en las *representaciones* del ohm y del ampere absolutos. Estas representaciones reciben los nombres de ohm y ampere internacio-

nales; sus realizaciones están minuciosamente especificadas; las otras unidades internacionales, coherentes con las dos mencionadas y con el segundo, se consideran dependientes. Sin embargo, por motivos de comodidad, para poder eliminar la electrolisis en los casos en que no se exige una extrema precisión, se especifica que el elemento Weston normal es el patrón de tensión y se fija provisoriamente su f.e.m. en 1,0184 volt internacional a 20°. Para mostrar la fijeza del sistema internacional, se decidió agregar dos ceros a las cifras admitidas para el ohm y el ampere internacionales: la columna mercurial patrón tendrá 106,300 cm de longitud y el depósito de plata será de 0,00111800 g por segundo.

Desde la Conferencia de Londres se dispone pues de dos series de unidades prácticas en lugar de una sola: la absoluta y la internacional. *Todas las medidas corrientes desde esa Conferencia hasta nuestros días se han efectuado en unidades internacionales.* La coincidencia de las dos series de unidades es más que suficiente para todas las necesidades de la práctica; en los casos particulares en que hubiese que expresar en unidades prácticas absolutas los resultados de las medidas hechas con patrones internacionales, se aplicarán coeficientes de transformación, que varían constantemente con el progreso de las medidas absolutas y cuyos valores actuales veremos más adelante (N.° 16).

La Conferencia designó también un Comité que debía ejercer las funciones de la Comisión Internacional Permanente de Patrones preconizada por el Congreso de St. Louis, en tanto que ésta no se formara; se propuso además que esa Comisión se fusionara con la de la Oficina Internacional de Pesas y Medidas (O.I.P.M.).

Por iniciativa de los miembros norteamericanos de dicho Comité, los experimentadores de cuatro países, Alemania, Estados Unidos, Francia e Inglaterra, se reunieron en Washington en 1910 para hacer ensayos comparativos y determinar el valor de los patrones. Como consecuencia de estos ensayos, se recomendó 1,0183 V a 20°C como f. e. m. del elemento Weston normal y se propuso mejorar las especificaciones para la construcción de este elemento, así como para la medida de los depósitos de plata en la determinación del ampere internacional.

En 1911 se realizó en Turín el séptimo Congreso internacional, al mismo tiempo que una reunión de la C.E.I., sin contribuir a los problemas que nos interesan aquí. El octavo Congreso internacional y la reunión de la C.E.I., proyectados para San Francisco en 1915, no se realizaron a causa de la guerra.

11. Extensión de la competencia de la O.I.P.M. a las unidades eléctricas, 1921.

Como consecuencia de las disposiciones del Congreso de St. Louis y de la Conferencia de Londres, la Conferencia General de Pesas y Medidas decidió en 1921 modificar el reglamento de la Convención del metro para extender la competencia de la Oficina Internacional de Pesas y Medidas a las unidades eléctricas. La Oficina fué encargada del establecimiento y de la conservación de los patrones de las unidades eléctricas, así como de su comparación con los patrones nacionales y con otros patrones de precisión.

Sin embargo, a causa de la falta de fondos, el Comité Internacional de Pesas y Medidas no pudo hacer inmediatamente las instalaciones necesarias y se limitó a pedir a los diversos laboratorios que procedieran en la siguiente forma: el laboratorio A, después de haber comparado algunos patrones con otros del mismo tipo que él conserva, los envía a un laboratorio B, que los compara con sus propios patrones y luego los envía de nuevo al laboratorio A, donde se vuelven a comparar con los patrones que habían quedado allí para ver si el desplazamiento ha afectado su valor.

12. Creación del C.C.E., 1927. Se aconseja la sustitución de las unidades internacionales por las absolutas. Patrones.

En 1927 la Conferencia General de Pesas y Medidas decidió crear un Comité Consultivo de Electricidad (C.C.E.), que debía aconsejar al Comité Internacional de Pesas y Medidas en los asuntos relativos a los sistemas de medidas y a las unidades eléctricas.

El C.C.E. debía examinar las memorias de Inglaterra y Estados Unidos; esta última, particularmente importante, proponía la sustitución de las unidades internacionales por las absolutas prácticas.

En efecto, según la memoria de los Estados Unidos, los progresos en las medidas absolutas permitían ya establecer los patrones con la misma exactitud que la obtenida siguiendo las especificaciones de las unidades internacionales. La diferencia entre las unidades absolutas y las internacionales es del orden de 1.10^{-4} para el ampere y de 5.10^{-4} para el ohm. Admitir la sustitución propuesta sería aumentar la f.e.m. del elemento Weston en 4.10^{-4} V y una resistencia dada en 0,05 %. En el momento actual no resultarían perturbaciones prácticas, porque la corrección es bastante pequeña con respecto a los errores de las medidas corrientes, mientras que

los progresos de esas medidas podrían después hacer el pasaje más difícil. Para efectuar el intercambio y la comparación de los patrones de los distintos países se aconsejaba crear un secretariado central y un laboratorio internacional, que de preferencia deberían depender de la O.I.P.M.

La memoria de Inglaterra expresaba el deseo de que la O.I.P.M., sin tener que realizar patrones, lo que ocasionaría gastos demasiado grandes, pudiera instalarse en forma adecuada para la comparación de los patrones de los laboratorios nacionales. Centralizaría así los resultados de estas comparaciones y determinaría periódicamente los mejores valores medios y las correcciones a aplicar a los aparatos particulares.

El C.C.E. propuso en 1928 que el Comité Internacional de Pesas y Medidas decidiera sustituir las unidades internacionales por las prácticas absolutas, derivadas del sistema E.M.C.G.S.; los laboratorios nacionales deberían proseguir las investigaciones para fijar tan exactamente como fuera posible la relación entre ambas series de unidades. Propuso también que la O.I.P.M. estableciese un secretariado central para organizar el cambio de patrones, un laboratorio de comparación de patrones y un depósito de patrones de referencia y de patrones de trabajo.

De acuerdo con esa proposición, la Subcomisión de Unidades Eléctricas del C.C.E. presentó en 1930, después de consecuentes trabajos e investigaciones, las siguientes conclusiones:

a) *Ohm* — "Visto que los métodos de determinación del ohm absoluto están suficientemente adelantados y que la concordancia entre las medidas de resistencia de las bobinas, unidades secundarias de los diferentes laboratorios [1], se mantiene dentro de los límites de precisión de las medidas, no es necesario por el momento volver a efectuar comparaciones de las bobinas de resistencia con los ohms de mercurio".

b) *Volt* — "Las comparaciones internacionales de los elementos muestran diferencias que superan los límites de la precisión posible, entre los valores de la f.e.m. de los patrones de los diferentes países. Los miembros de la Comisión estiman indispensable que se vuelvan a efectuar las determinaciones de la f.e.m. de los elementos Weston, que constituyen los patrones internacionales, en

(1) La construcción de las bobinas metálicas hacía constantes progresos desde decenas de años atrás. — (N. del A.).

cada laboratorio nacional, por el método del voltámetro de nitrato de plata".

La Subcomisión propuso que se equipase la O.I.P.M. para poder comparar al 1.10^{-6} los ohms y las fuerzas electromotrices de los elementos Weston y que cada uno de los laboratorios nacionales depositara en la Oficina, a título de préstamo, dos bobinas patrón del ohm y un grupo de por lo menos doce elementos Weston patrones.

13. Unidades magnéticas. Reunión de Estocolmo, 1930. Racionalización de las unidades.

Las unidades magnéticas no fueron objeto de ninguna acción oficial internacional durante un período de cerca de treinta años que siguió al Congreso de París en 1900, a la inversa de las unidades eléctricas, que estaban en constante evolución. Ahora bien, las unidades magnéticas utilizadas y sus nombres variaban considerablemente de un país a otro, y aún entre diferentes autores del mismo país. En Estados Unidos, de acuerdo con lo que se ha dicho más arriba (N.° 8), se empleaban corrientemente las unidades E.M.C.G.S.: el gilbert para la f.m.m., el gilbert/cm para el campo de fuerza magnética, el maxwell para el flujo de inducción magnética, el gauss para la inducción magnética y el oersted para la reluctancia. Además se utilizaban el ampere espira para la f.m.m., la "línea" para la unidad E.M.C.G.S. de flujo y la "línea/in²" o el maxwell/in² como unidades de inducción.

En Europa ciertos autores utilizaban el gauss como unidad de campo H, otros como unidad de inducción B y otros como unidad común a H y B. Como unidad de flujo se empleaba generalmente el maxwell y, en Gran Bretaña, también la "línea". El gilbert y el oersted (nombres que en esa época no habían sido todavía reconocidos oficialmente) eran muy poco empleados en Europa.

La atención de la C.E.I. fué atraída sobre las unidades magnéticas por la proposición de la delegación italiana, que en la reunión de Bellagio, en 1927, hizo notar la gran confusión que reinaba en lo referente a las unidades magnéticas y propuso que se nombrara maxwell a la unidad práctica de flujo, o sea 10^8 U.E.M.C.G.S. En la misma reunión la delegación australiana propuso el nombre de kelvin, difundido en Australia, para designar el kilowatt hora, evitando la confusión entre el kW y el kWh por parte del público; la proposición no fué aceptada.

La cuestión de saber si se pueden medir H y B con la misma unidad, es decir, si se puede o no considerar μ como un número puro, no había cesado de ser discutida desde 1899. Fué pues necesario empezar por ponerse de acuerdo sobre las definiciones de H y B. En vista de la diversidad de opiniones, la C.E.I. confió el asunto a un Subcomité especial, que recibió el nombre de Subcomité de Unidades Magnéticas y estaba integrado por representantes de nueve países, que trabajaron por correspondencia y no pudieron ponerse de acuerdo. Decidieron entonces pasar el asunto a estudio de los Comités nacionales.

Como resultado de este estudio el Subcomité se reunió en Estocolmo en 1930. Su importancia y finalidades fueron ampliadas por el Comité de Estudios de Nomenclatura de la C.E.I., por lo que tomó el nombre de Subcomité de Magnitudes y Unidades eléctricas y magnéticas. En Estocolmo se declaró por unanimidad que "las magnitudes B y H tienen dimensiones físicas diferentes en el espacio desprovisto de materia, de manera que su cociente μ_0, la permeabilidad espacial, es una cantidad dimensional y no un número abstracto" [1]. La relación μ/μ_0 de la permeabilidad de una sustancia magnética a la permeabilidad del vacío sería llamada la "permeabilidad relativa" de esta sustancia y se consideraría como un simple coeficiente numérico.

El Subcomité adoptó enseguida, ya por unanimidad, ya por gran mayoría, los siguientes nombres para las unidades electromagnéticas C.G.S.

de f.m.m.: gilbert
de campo de fuerza magnética: oersted
de flujo de inducción: maxwell
de inducción magnética: gauss

Se consideró después la proposición italiana de Bellagio de dar un nombre a la unidad práctica de flujo de inducción. El interés de la proposición residía especialmente en el hecho de que en lugar de emplear una fórmula híbrida

$$E \text{ volt} = -\frac{d\,\Phi \text{ maxwell}}{dt} \cdot 10^{-8}$$

(1) Esto no quiere decir que el acuerdo sobre este tema sea universal. Algunos autores se oponen aún a esta manera de ver, pero son, es cierto, poco numerosos. Han tenido lugar al respecto discusiones muy interesantes, que no nos corresponde analizar aquí.

se tendría

$$E \text{ volt} = -\frac{d\Phi \text{ unidad practica}}{dt}$$

Mitkievitch observó que los nombres de las unidades prácticas se podían forman agregando el prefijo "pra" ("pra" — práctico) a los nombres de las unidades correspondientes en el sistema C.G.S.: se tendría así 1 pramaxwell = 10^8 maxwell. La proposición fué adoptada; sin embargo, en el curso de la revisión de las decisiones del Subcomité por el Comité de Estudios de Nomenclatura de la C.E.I., se observó que sería más prudente limitarse al pramaxwell, sin extender este modo de formación a las otras unidades prácticas, porque existían varios sistemas prácticos (Q.E.S., Giorgi, Dillinger y Bennett, etc.) y si bien en todos la unidad de flujo es de 10^8 U.E.M.C.G.S., el valor en U.E.M.C.G.S. de las unidades de otras magnitudes magnéticas, tales como la inducción o el campo, por ejemplo, varía de uno a otro de estos sistemas y podrían producirse confusiones. Observemos, por otra parte, que en el sistema Q.E.S., fuera del pramaxwell y del pragilbert, la cuestión no presenta interés, porque es precisamente a causa de sus incómodas unidades de H y B que se han adoptado las unidades magnéticas del sistema E.M.C.G.S.

Se propuso además el nombre de hertz para la unidad de frecuencia (ciclo por segundo); la cuestión se remitió a un examen ulterior.

Se adoptó el nombre de var, iniciales de volt-ampere-reactivo, para la unidad práctica de potencia reactiva. Del mismo modo se adoptó el var-hora para designar la unidad práctica de energía reactiva. No se adoptó el término hormanancia, propuesto para designar la potencia reactiva.

Las decisiones del Subcomité fueron ratificadas por la C.E.I. en Oslo, también en 1930. Conocidas estas decisiones, los físicos protestaron contra la atribución del nombre de gauss a la unidad de inducción, porque ese nombre había sido adoptado oficialmente (véase el N.° 8) para la unidad de intensidad de campo y desde hacía más de treinta años era empleado por ellos en ese carácter en casi todos los trabajos y en particular en los observatorios que estudian el magnetismo terrestre. Los electrotécnicos no reconocieron esa objeción, aduciendo que lo que se mide la mayoría de las veces es la inducción en el aire y no la intensidad del campo, y que, sin hablar siquiera de que en los sistemas electromagnéticos

la diferencia entre B y H en el aire es despreciable, basta decir "campo relativo a la inducción de B gauss" para salvar la dificultad.

La Unión Internacional de Física Pura y Aplicada constituyó en 1931, en Bruselas, un Comité Internacional de Símbolos, Unidades y Nomenclatura. Representantes de este Comité asistieron en carácter de invitados a la reunión del Subcomité de Magnitudes y Unidades eléctricas y magnéticas de la C.E.I. efectuada en Londres en 1931. Se votó allí un pedido de colaboración con la Unión Internacional de Física Pura y Aplicada en todo lo referente a las unidades eléctricas, que se trataría en Comité mixto. Sin embargo, se confirmaron casi por unanimidad los nombres de las unidades magnéticas adoptadas en Estocolmo y Oslo.

Se discutió también el tema de las unidades magnéticas prácticas, que tendrían por base el volt segundo (o el pramaxwell) como unidad de flujo y el ampere espira como unidad de f.m.m. Luego de una discusión en la que no se pudo llegar a un acuerdo, se decidió remitir el asunto a los Comités nacionales.

Se ocuparon así, por primera vez, del problema de la racionalización de las unidades magnéticas, que desde *Heaviside*, en 1882, había suscitado numerosas discusiones en el mundo electrotécnico. Se discutía, en particular, si una bobina de N espiras recorrida por una corriente de I ampere produce una f.m.m. de $4\pi N I$ unidades (ecuación clásica) o una f.m.m. de $N I$ unidades (ecuación racionalizada). Se sometió a votación la proposición de adoptar $M = 4\pi N I$. Francia, Holanda e Italia se pronunciaron a favor, Alemania, Gran Bretaña, Estados Unidos y Suecia en contra, Noruega y Polonia se abstuvieron. Se ve que desacuerdo reinaba sobre este punto, desacuerdo que no ha disminuído en lo más mínimo hasta el día de hoy.

Se consideró finalmente la proposición de formar el nombre de una unidad en el sistema E.M.C.G.S. o en el E.S.C.G.S. agregando el prefijo "ab" o "stat", respectivamente, al nombre que designa la unidad práctica de la misma magnitud Ese modo de designación (*Kennelly*) se emplea en los Estados Unidos y también en Inglaterra. No se tomó ninguna decisión al respecto.

14. Congreso de París, 1932. Sistema práctico coherente único.

En 1932 se realizó en París el octavo Congreso internacional. Los físicos volvieron a insistir, sin éxito, sobre la inconveniencia de

cambiar el nombre de la unidad E.M.C.G.S. de campo de fuerza magnética H, de gauss en oersted.

Se discutió el problema de la adopción de un sistema coherente único de unidades cómodas. La cuestión es antigua: *Blondel* (1896), *Fleming* (1900), *Giorgi* (1901), *Bennett* y *Dillinger* (1916) y otros propusieron sistemas coherentes únicos que suprimirían los diversos inconvenientes de los sistemas electromagnéticos en vigor. En efecto, el empleo de las unidades eléctricas del sistema práctico Q.E.S. y de las magnéticas del sistema E.M.C.G.S. tiene el inconveniente de la hibridización de las ecuaciones; los valores mecánicos muy poco cómodos del sistema Q.E.S. conducen a la formación de unidades híbridas tales como el volt/cm; además las unidades mecánicas C.G.S. no son nada cómodas en mecánica industrial, donde se emplean (en Francia) el sistema M.T.S. y sobre todo el sistema metro, kilogramo fuerza, segundo.

En las diversas proposiciones hechas se abandonaba la condición $\mu_0 = 1$, lo que daba un grado de libertad que permitía fijar una unidad de longitud cómoda; así se obtenían el sistema M.K.S. (metro, kilogramo, segundo), de *Giorgi*, con $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ o 10^{-7} según que el sistema fuera o no racionalizado, y los sistemas O.A.S.C. (ohm, ampere, centímetro, segundo) de *Blondel*, donde $\mu_0 = 10^{-9}$ (no racionalizado) y C.G.S.S. (centímetro, 10^7 gramos, segundo), de *Bennett* y *Dillinger*, donde $\mu_0 = 4\pi.10^{-9}$ (racionalizado). En estos sistemas se conservan todas las unidades prácticas existentes. Por el contrario, la densidad del agua era diferente de la unidad, y los coeficientes de transformación entre las unidades de este sistema y las C.G.S. eran muy diferentes de una magnitud a otra. Si se consiente en no conservar más que una parte de las unidades prácticas existentes se puede suprimir el primer inconveniente (*Brylinski*) o el segundo (*Germani*). En el Congreso no se tomó ninguna decisión, pero la cuestión de un sistema coherente único había sido planteada.

15. Reunión de París, 1933. Sistema M.K.S. Unidades magnéticas.

Se dió un paso importante en la reunión de París, en 1933, de la sección de Magnitudes y Unidades eléctricas y magnéticas del Comité de Estudios de la Nomenclatura. En conocimiento de la resolución adoptada en Chicago, en 1933, por la sección americana de la Unión Internacional de Física Pura y Aplicada: "La serie existente de unidades eléctricas prácticas (ohm, volt, ampere, cou-

lomb, farad, henry, joule y watt) puede ser desarrollada ventajosamente en un sistema práctico absoluto completo, sea por medio del sistema M.K.S., sea por medio del sistema C.G.S.S. De estos dos sistemas, es preferible tomar en consideración el M.K.S.", se invitó a *Giorgi*, que estaba presente, a exponer su sistema. Después de discutir se invitó a los Comités nacionales a expresar su punto de vista sobre la conveniencia de extender la serie existente de unidades prácticas utilizadas en electricidad para obtener un sistema absoluto completo cuyas unidades de longitud, masa y tiempo fueran el metro, el kilogramo y el segundo, y cuya cuarta unidad independiente fuera, ya sea la de resistencia, definida como 10^9 U.E.M.C.G.S., ya sea la de permeabilidad, definida por el valor correspondiente de μ_0. La introducción del sistema M.K.S. no afectaría en nada al sistema clásico C.G.S. en el dominio general de las ciencias físicas, pero sería útil a los electrotécnicos. El sistema M.K.S., aunque independiente, está definitivamente relacionado con el E.M.C.G.S. y las unidades fundamentales de longitud y masa son los patrones conservados en el pabellón de Breteuil en Sèvres.

En la misma reunión de París se volvió a considerar el nombre a dar a la unidad práctica de flujo, igual a 10^8 maxwell, ya que la solución del pramaxwell no era satisfactoria desde el momento que no se podía extender el uso del prefijo a los nombres de otras unidades. Se transmitió a los Comités nacionales la cuestión de la elección a hacer entre el pramaxwell, el volt segundo o el weber, con la recomendación de adoptar el weber, aunque dejando facultativo el empleo del pramaxwell con el fin de conservar una continuidad en las decisiones de la C.E.I., ya que el pramaxwell había sido adoptado oficialmente en Oslo.

Se precisó la definición de la inducción especificando que "el valor de la inducción en un punto puede determinarse, sea por la fuerza mecánica que se ejerce sobre un elemento de conductor recorrido por una corriente y colocado en ese punto, sea por la medida de la f. e. m. inducida en un circuito elemental que rodea el punto". La definición anterior, adoptada en Oslo, decía solamente: "la inducción magnética B es un vector que representa en magnitud y dirección el estado de polarización total debido a un campo magnético".

A causa de que μ_0, permeabilidad del vacío, ha sido reconocida como "cantidad dimensional", se convino por unanimidad en introducirla en las fórmulas usuales, aún cuando el valor numérico de μ_0 se tome igual a 1.

La fórmula de la energía magnética por unidad de volumen en un medio no magnético ("vacío o aire, supuesto suficientemente equivalente al vacío como para poder despreciar la corrección de imantación"), se escribirá pues

$$\frac{W}{V} = \frac{\mu_o H^2}{8\pi} = \frac{HB}{8\pi} = \frac{B^2}{8\pi\mu_o}$$

en lugar de

$$\frac{W}{V} = \frac{H^2}{8\pi} = \frac{HB}{8\pi} = \frac{B^2}{8\pi}$$

A su vez, la fórmula de la imantación uniforme en un medio magnético se escribirá [1]

$$B = \mu H = \mu_o H + 4\pi \mathfrak{I}$$

en lugar de

$$B = H + 4\pi \mathfrak{I}$$

y si $\mathfrak{I} = 0$

$$B = \mu_o H$$

en lugar de

$$B = H$$

etc.

En los sistemas E.M.C.G.S. y Q.E.S. $\mu_o = 1$ y las fórmulas nuevas se confunden con las clásicas. Pero en los otros sistemas $\mu_o \neq 1$; así, en el sistema M.K.S. no racionalizado $\mu_o = 10^{-7}$; en el mismo, racionalizado, $\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}$; en el sistema C.G.S.S. no racionalizado (O.A.S.C.) $\mu_o = 10^{-9}$; en el C.G.S.S. racionalizado $\mu_o = 4\pi \times 10^{-9}$.

Enseguida se volvió a tratar la cuestión de la unidad práctica de f. m. m., a saber, la adopción del ampere espira o del $\frac{\text{ampere espira}}{4\pi}$ (pragilbert), lo que equivale a pronunciarse por o contra la racionalización. La divergencia de opiniones era muy grande, por lo que no se tomó ninguna decisión, dejando a los autores en libertad de expresarse bajo una u otra forma.

Se consideró igualmente el problema del gauss. En vista de las protestas de los físicos, *Janet* propuso que se autorizara el empleo del gauss, junto con el del oersted, para designar la unidad de intensidad del campo. Se rechazó tal proposición, que su mismo

(1) Actualmente en vez de μ se escribe $\mu\mu_o$.

autor no aprobaba personalmente, aduciendo que sólo aumentaría la confusión. Se sugirió que no se empleara la expresión "campo magnético" (magnetic field) sin otra precisión, porque se puede interpretar como "campo de fuerza magnética" H o como "campo de inducción magnética" B ; en Europa continental se interpreta como H , pero en los países de lengua inglesa como B .

Se adoptó el nombre de hertz para la unidad de frecuencia y se transmitió la resolución a los Comités nacionales. No fué aprobada esa vez la proposición de adoptar el siemens como unidad de conductancia (obsérvese que se emplea frecuentemente el mho para designar esa unidad), pero se votó en favor de la adopción de un nombre para designar dicha unidad y se transmitió ese voto a los Comités nacionales.

16. Sustitución de las unidades internacionales por las absolutas.

También en 1933 se reunió la Conferencia General de Pesas y Medidas que, de acuerdo con el voto emitido por el C.C.E. y aprobado por el Comité Internacional de Pesas y Medidas, sancionó el principio de la sustitución de las unidades prácticas internacionales por las absolutas. Sin embargo, como los diversos laboratorios nacionales no habían terminado todavía los trabajos que tenían por finalidad la determinación de las relaciones entre esas dos series de unidades, se decidió postergar hasta 1935 la fecha de la fijación de esas relaciones. Se dieron poderes al Comité Internacional de Pesas y Medidas para fijar, llegado el momento, dichas relaciones, sin esperar a otra Conferencia. Y, efectivamente, en 1935 el Comité Internacional de Pesas y Medidas decidió que la sustitución del sistema internacional por el absoluto fuese definitiva a partir del 1.° de enero de 1940. El Comité señaló que no es de ningún modo necesario que se altere o modifique ningún patrón eléctrico existente para poner su valor propio de acuerdo con las nuevas unidades. Para la mayoría de las aplicaciones de la ingeniería los antiguos valores de los patrones internacionales son lo suficientemente próximos a los nuevos como para no requerir ningún cambio. Si para una finalidad cualquiera se requiere mayor precisión, se pueden aplicar, provisoriamente, en tanto que continúan los ensayos para precisar mejor la equivalencia, los siguientes coeficientes:

1 ampere internacional = 0,9999 ampere absoluto
1 coulomb internacional = 0,9999 coulomb absoluto

1 ohm internacional = 1,0005 ohm absoluto
1 volt internacional = 1,0004 volt absoluto
1 henry internacional = 1,0005 henry absoluto
1 farad internacional = 0,9995 farad absoluto
1 weber internacional = 1,0004 weber absoluto
1 watt internacional = 1,0003 watt absoluto
1 joule internacional = 1,0003 joule absoluto

En junio de 1937 la O.I.P.M. comunicó las siguientes decisiones sobre las unidades eléctricas, decisiones que fueron puestas en conocimiento de los gobiernos:

"El ohm internacional, definido como promedio, tal como se obtenía en marzo de 1935, de las seis unidades internacionales de resistencia conservadas en los laboratorios nacionales de Alemania, Estados Unidos, Francia, Gran Bretaña, Japón y U.R.S.S., tiene el valor:

1 ohm internacional medio = 1,00048 ohm absoluto

Dicho valor parece exacto a menos de dos o tres unidades de la última cifra inscripta."

Las diferencias entre las unidades particulares y el ohm medio no pasaban de ± 10 microohm, en diciembre de 1936.

"El volt internacional medio, definido en las mismas condiciones anteriores, tiene el valor:

1 volt internacional medio = 1,00036 volt absoluto.

Dicho valor parece exacto a menos de algunas unidades de la última cifra inscripta."

Las diferencias entre las unidades particulares y el volt medio no pasaban de ± 10 microvolt en enero de 1937.

Sin embargo, la precisión de las medidas absolutas no es todavía todo lo buena que se podría pensar, y el C.C.E. se vió obligado a constatar en 1939 que los resultados de los nuevos trabajos que debían fijar la relación entre las unidades internacionales y las absolutas no eran tan concordantes como los anteriores, al menos en lo que se refería al ampere. En esas condiciones se observó que sería tal vez inoportuno proceder a un cambio de unidades en tanto que no se sea capaz de conocer las nuevas unidades con la misma precisión que las antiguas. Pero como el cambio ya había sido decidido y al C.C.E. sólo le correspondía establecer los coeficientes de transformación, después de discutir se decidió indicar, como valores más probables de dichos coeficientes:

1 ohm internacional medio = 1,00049 ohm absoluto, parece que a menos de 2.10^{-5}.

1 ampere internacional medio = 0,9999 ampere absoluto, parece que a menos de 1 o 2.10^{-4}.

Redondeadas a la 4ª cifra decimal, se tienen los valores que el C.C.E. recomendaría en el momento actual:

1 ohm internacional medio = 1,0005 ohm absoluto

1 ampere internacional medio = 0,9999 ampere absoluto

1 volt internacional medio = 1,0004 volt absoluto

Se vuelve pues a los valores que se creyeron provisorios, indicados en 1935.

Para las comparaciones prácticas se dispone de patrones internacionales (conservados en la O.I.P.M.) y nacionales del ohm y del elemento Weston.

Se resolvió también, para evitar confusiones, agregar durante el período de transición el calificativo "int" a las unidades actualmente en uso (internacionales) y "abs" a las que se adoptarán próximamente (absolutas).

Sin embargo, a causa de la guerra, la O.I.P.M. recomendó a los representantes de los diversos estados y a los grandes laboratorios nacionales que no se haga ninguna de las modificaciones de unidades previstas para el 1.º de enero de 1940 antes de que un organismo internacional calificado emita una nueva opinión en el momento oportuno: las unidades internacionales y absolutas continúan pues ambas en vigor en este momento.

17. Reuniones de Scheveningue, 1935, y Torquay, 1938. Adopción del sistema Giorgi.

En 1935, en las reuniones de Scheveningue, La Haya y Bruselas, la Comisión Electrotécnica Internacional adoptó definitivamente el weber como unidad práctica de flujo de indicación magnética, no obstante cierta oposición, debida a que en algunos países (en particular en Suiza; también en Alemania y Polonia) el weber había sido empleado como unidad E.M.C.G.S. de corriente.

Se adoptaron también el hertz como unidad de frecuencia y el siemens como unidad de conductancia, permitiendo sin embargo emplear para estas dos unidades cualquier otra designación con tal que sea correcta.

Finalmente se decidió "adoptar el sistema de cuatro unidades fundamentales de *Giorgi*, reservándose la elección de la cuarta uni-

dad fundamental; designar "sistema Giorgi" este sistema de cuatro unidades fundamentales, y en lo que se refiere a la elección de la cuarta unidad entre las siete siguientes, coulomb, ampere, volt, ohm, farad, henry, weber, consultar por una parte al Comité Consultivo de Electricidad del Comité Internacional de Pesas y Medidas y por otra parte al Comité de Símbolos, Unidades y Nomenclatura (S.U.N.) de la Unión Internacional de Física Pura y Aplicada, rogándoles se sirvan manifestar su opinión".

Se puede elegir el sistema racionalizado o no racionalizado; por el momento la C.E.I. no toma ninguna decisión sobre este punto, dejando a cada autor en libertad de emplear las fórmulas que prefiera.

Respondiendo a la solicitud mencionada de la C.E.I., el S.U.N. se pronunció "emitiendo netamente la opinión de que la cuarta unidad debía ser la permeabilidad del vacío, a la que, en el sistema M.K.S., se atribuiría el valor 10^{-7}, de tal manera que las unidades eléctricas del sistema M.K.S. fuesen las unidades prácticas del sistema absoluto". Esta era igualmente la opinión de la mayoría del C.C.E.; sin embargo, como la C.E.I. ha limitado la elección a las unidades eléctricas prácticas, alegando que la permeabilidad no puede ser representada por un patrón y que además no se sabe si se debe atribuir a la del vacío el valor 10^{-7} o $4\pi.10^{-7}$, porque la cuestión de la racionalización no está todavía resuelta, el Comité Consultivo, en el caso de que no se aceptara la solución consistente en fijar el valor de μ_o, recomienda sólo el ohm o el ampere. Para mostrar hasta que punto estaban divididas las opiniones, notemos que en la votación que siguió se dieron cuatro votos al ohm contra tres al ampere y una abstención.

En la reunión plenaria celebrada en Torquay, en 1938, por la C.E.I., se consideró la elección de la cuarta unidad para el mismo sistema. Se resolvió, después de haber examinado las respuestas concordantes del C.C.E. y del comité S.U.N. de la Unión Internacional de Física Pura y Aplicada, recomendar "como unión entre las unidades eléctricas y mecánicas la permeabilidad del vacío con el valor $\mu_o = 10^{-7}$ en el sistema no racionalizado o $4\pi.10^{-7}$ en el sistema racionalizado. El Comité reconoce que una cualquiera de las unidades siguientes: ohm, ampere, volt, henry, farad, coulomb, weber, ya en uso, puede servir de cuarta unidad fundamental, porque es posible deducir cada unidad y sus dimensiones de un conjunto cualquiera de otras cuatro independientes entre sí".

Se propuso también el newton como unidad de fuerza en el

sistema Giorgi. Esta proposición y la recomendación relativa a la cuarta unidad fueron sometidas a la aprobación de los Comités nacionales.

La delegación suiza propuso dar el valor $10^{-7}/1{,}000500$ a la permeabilidad del espacio vacío μ_0 en lugar de 10^{-7}, lo que haría el nuevo ohm absoluto igual al ohm internacional dentro de la precisión actual de las medidas absolutas y evitaría cualquier modificación de los patrones existentes de resistencia, coeficiente de inducción y capacidad. La proposición fué enviada a examen de los Comités nacionales.

18. Definiciones de las unidades prácticas, adoptadas por el C.C.E.

Para formular las decisiones legislativas, que conciernen únicamente al valor de la unidad y no a los procedimientos de su realización a partir de la teoría que le sirve de base, el C.C.E. recomienda las siguientes definiciones, adoptadas por unanimidad:

a) unidad de fuerza[1] —es la fuerza que comunica a la masa de un kilogramo la aceleración de un metro por segundo por segundo.

b) joule (unidad de energía o de trabajo) — es el trabajo efectuado cuando el punto de aplicación de una unidad M.K.S. de fuerza se desplaza a una distancia igual a un metro en la dirección de la fuerza.

c) watt (unidad de potencia) — es la potencia que produce una energía igual a un joule por segundo.

d) ampere (unidad de intensidad de corriente eléctrica) — es la intensidad de una corriente que, mantenida en dos conductores paralelos, rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable, colocados a un metro de distancia uno de otro en el vacío, produce entre estos conductores una fuerza igual a 2.10^{-7} unidades M.K.S. de fuerza por metro de longitud.

e) volt (unidad de d.d.p. y de f.e.m.) — es la d.d.p. eléctrica que existe entre dos puntos de un hilo conductor que transporta una corriente constante de un ampere cuando la potencia disipada entre esos puntos es igual a un watt.

f) ohm (unidad de resistencia eléctrica) — es la resistencia que existe entre dos puntos de un conductor si una d.d.p. constante de

(1) Se ha propuesto el nombre de newton para la unidad M. K. S. de fuerza.

un volt, aplicada entre esos dos puntos, produce en ese conductor una corriente de un ampere, cuando en el conductor no se origina ninguna f.e.m.

g) coulomb (unidad de cantidad de electricidad) — es la cantidad de electricidad transportada en un segundo por una corriente de un ampere.

h) farad (unidad de capacidad eléctrica) — es la capacidad de un condensador eléctrico entre cuyas armaduras aparece una d.d.p. eléctrica de un volt cuando está cargado por una cantidad de electricidad igual a un coulomb.

i) henry (unidad de inductancia eléctrica) — es la inductancia eléctrica de un circuito cerrado en el que se produce una d.d.p. eléctrica de un volt cuando la corriente eléctrica que recorre el circuito varía uniformemente a razón de un ampere por segundo.

j) weber (unidad de flujo magnético) — es el flujo magnético que atravesando un circuito de una sola espira produciría en él una f.e.m. de un volt si se lo hiciera decrecer uniformemente hasta cero en un segundo.

El texto anterior se refiere al sistema M.K.S., pero es naturalmente transferible a otros sistemas por modificación apropiada de las potencias de 10.

CAPITULO IV.

UNIDADES FOTOMETRICAS

1. Generalidades

Las únicas radiaciones que interesan en fotometría son las comprendidas en la parte visible del espectro, es decir, entre las longitudes de onda $\sim$ *0,4* μm (violeta) y $\sim$ *0,75* μm (rojo). Estos límites varían con el observador y con el brillo de la fuente luminosa.

Las radiaciones visibles no tienen todas el mismo efecto sobre el ojo. Sea dP_λ la energía irradiada por segundo en un cono elemental de ángulo sólido $d\omega$ y que sólo contiene radiaciones de longitudes de onda comprendidas entre λ y $\lambda + d\lambda$. Se constata que para la misma potencia emitida dP_λ, el efecto de la radiación sobre el ojo es función de λ, de manera que para medir la eficacia de la acción sobre el ojo de una radiación es necesario introducir una nueva magnitud, el flujo luminoso dF_λ .

La experiencia muestra que el flujo luminoso es proporcional a la potencia irradiada; se escribe

$$dF_\lambda = k_\lambda \, dP_\lambda \qquad (1)$$

k_λ es el coeficiente de visibilidad de la radiación considerada, y caracteriza a ésta desde el punto de vista de su acción fisiológica sobre la retina. k_λ se anula evidentemente en los límites del espectro visible y pasa por un máximo para el amarillo verdoso

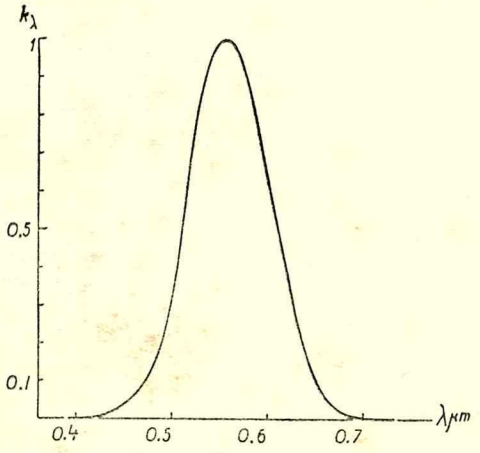


Fig. 1

($\lambda \cong 0{,}56$ μm); se llama coeficiente de visibilidad relativa la relación de k_λ a su valor máximo. La curva $k_\lambda(\lambda)$ varía con el observador y con el brillo de la fuente; pasando de cierto límite superior hay encandilamiento, y pasando de cierto límite inferior hay desplazamiento con deformación de la curva hacia los valores de λ más pequeños (efecto Purkinje). Esos límites de brillo están mal definidos. La Comisión Internacional de Iluminación (C.I.I.) ha establecido la curva tipo de visibilidad relativa que se utiliza en los cálculos (fig. 1). He aquí algunos de sus valores:

λ micrones	0,4	0,45	0.5	0.55	0,6	0,65	0,7	0,75
visibilidad relativa	0,0004	0,038	0,323	0,995	0,631	0,107	0,0041	0,00012

En el caso de las fuentes policromáticas se puede también escribir, siendo P la potencia total irradiada en un cono elemental en el espectro visible

$$F = \int k_\lambda \; P_\lambda \, d\lambda = k\,P \qquad (2)$$

donde el coeficiente de visibilidad k depende de la composición de la radiación.

La radiación compleja que se considera con mayor frecuencia es la que da al ojo la impresión de luz blanca. Esta radiación está mal definida, porque el ojo es capaz de cierta tolerancia y juzga blancas la luz del sol, la de diversas lámparas de incandescencia, la del mechero Auer, etc. Sin embargo, de una a otra, estas fuentes presentan composiciones diferentes; se las caracteriza indicando su "temperatura de color". La repartición en el espectro visible de la energía de las diversas fuentes luminosas de luz blanca, especialmente la de las lámparas de incandescencia, coincide prácticamente con la del cuerpo negro a cierta temperatura; es pues suficiente indicar esta temperatura, llamada de color, para que la repartición de la eneraía, y por lo tanto el color de la fuente, se encuentren determinados sin ambigüedad. La comparación de fuentes de igual temperatura de color (fotometría homocromática) es simple, mientras que la de fuentes de temperaturas de color diferentes (fotometría heterocromática) es muy delicada y sus resultados no deben darse sin precisar el método de comparación.

2. Magnitudes fotométricas. Unidades

Fijada la curva de visibilidad relativa, bastaría elegir arbitrariamente el valor de k_λ para un cierto valor de λ, o, lo que es equi-

valente, el valor de k para una luz de composición definida, para fijar así la unidad de flujo. Para determinar el flujo bastaría entonces determinar la curva de repartición de la potencia irradiada en el espectro visible, multiplicar, para cada valor de λ, la potencia correspondiente por k_λ y hacer la suma de los flujos parciales así obtenidos. Pero el procedimiento es largo y delicado, mientras que la comparación de los flujos, al menos para radiaciones de composiciones muy parecidas, es fácil, de manera que se fijó una unidad arbitraria de flujo. La ecuación (2) sirve para definir k en el sistema elegido.

Observemos que la ecuación (1) introduce dos magnitudes nuevas con respecto a las mecánicas, k_λ y F; toda nueva ecuación fotométrica hace intervenir una nueva magnitud, de manera que es preciso admitir una cuarta magnitud fundamental: se ha adoptado el flujo luminoso F.

A continuación indicamos las definiciones adoptadas por la C.I.I. de diversas magnitudes y de sus unidades.

Flujo luminoso, F (o Φ, si el símbolo F puede prestar a confusión). "Es el flujo de energía radiante medido de acuerdo con la sensación luminosa que produce".

La unidad de flujo luminoso es el lumen, igual al flujo emitido en un esteradian (ángulo sólido unidad) por una fuente puntual uniforme de una bujía internacional. Hablaremos más adelante del "lumen nuevo", cuya introducción ha sido aplazada por la guerra.

La definición del lumen menciona una fuente "puntual". Sería una fuente de dimensiones pequeñas con respecto a la distancia de observación, o, con más precisión (definición de *Blondel*): "Una fuente puede considerarse puntual, con relación a una pantalla fotométrica, cuando está colocada a una distancia suficiente de esta pantalla como para que, desplazando ésta en toda la extensión de las medidas hechas sobre el banco fotométrico, la ley de variación de las iluminaciones observadas se confunda con la ley de la inversa del cuadrado de las distancias con una aproximación por lo menos igual a la aproximación de las medidas fotométricas; el límite de la diferencia aceptable con la ley de la inversa del cuadrado de las distancias será 0,25 %".

Intensidad luminosa I. "La intensidad luminosa I de una fuente puntual en una dirección determinada es el cociente

$$I = \frac{dF}{d\omega}$$

donde dF es el flujo emitido en un ángulo sólido elemental $d\omega$ cuyo eje tiene la dirección considerada".

Se tiene $[I] = [F]$.

En este momento hay dos unidades de intensidad luminosa: en la casi totalidad de los países, especialmente en Francia, Inglaterra, Estados Unidos, U.R.S.S. y Japón, se utiliza la "bujía internacional", conservada por medio de lámparas patrones de incandescencia con filamento de carbono. En Alemania, y parcialmente en los países escandinavos y en Holanda, se emplea la "bujía Hefner", cuya relación con la bujía internacional daremos más adelante. Hablaremos también luego de la "bujía nueva", definida a partir de la radiación del cuerpo negro.

Iluminación E. "La iluminación (en un punto de una superficie) es la densidad del flujo luminoso recibido por la superficie en ese punto".

$$E = \frac{dF}{dS} \qquad [E] = [F L^{-2}]$$

La unidad de iluminación es el lumen por unidad de superficie. El hecho de indicar "unidad de superficie" sin mayor precisión, se debe a la necesidad de los anglosajones de introducir su propia unidad.

La unidad C.G.S. de iluminación es el phot, igual a un lumen por centímetro cuadrado. La unidad práctica es el lux, igual a un lumen por metro cuadrado; evidentemente

1 phot $= 10^4$ lux.

En los países anglosajones, donde la unidad de longitud es el pie, la unidad de iluminación es el lumen por pie cuadrado, llamada foot-candle

1 foot-candle $= 10{,}764$ lux.

Obsérvese que la palabra foot-candle no hace ninguna alusión al flujo luminoso: es la iluminación producida en el interior de una esfera de un pie de radio por una fuente puntual de una bujía colocada en el centro de la esfera.

Radiancia R. "La radiancia (en un punto de una superficie) es la densidad del flujo luminoso emitido o irradiado por la superficie en ese punto".

$$R = \frac{dF}{dS} \qquad [R] = [F L^{-2}]$$

La unidad de radiancia es la de iluminación; para evitar confusiones se propuso, a nuestro juicio inútilmente, dar un nombre

especial a la unidad de iluminación cuando mide radiancias, por ejemplo, decir radphot en lugar de phot para diferenciar un lumen *emitido* por centímetro cuadrado de un lumen *recibido* por centímetro cuadrado. La proposición no prosperó.

Brillo B "(de una fuente en una dirección). Sean A un punto de una superficie luminosa, dS el área de un elemento infinitamente pequeño de esta superficie que rodea a A, dI su intensidad luminosa en una dirección $\triangle$, Θ el ángulo de la normal en A a la superficie con $\triangle$. El cociente

$$B = \frac{dI}{dS \cos \Theta}$$

de la intensidad por la superficie aparente (proyección de dS sobre un plano normal a $\triangle$) se llama brillo de la fuente en la vecindad de A y en la dirección $\triangle$".

Se tiene $[B] = [FL^{-2}]$.

La unidad de brillo es la bujía internacional por unidad de superficie.

La unidad C.G.S. es el stilb.

En Estados Unidos se ha empleado mucho el lambert, definido como brillo de una superficie perfectamente difusora que emite o refleja un lumen por centímetro cuadrado. *Blondel* observó que hablar de lumen emitido por centímetro cuadrado es hablar de radiancia, por lo tanto la definición anterior equivale a decir: la unidad de brillo es el brillo que corresponde a una radiancia igual a la unidad para un cuerpo perfectamente difusor. Para tal cuerpo se tiene $R = \pi B$ de manera que resulta

$$1 \text{ lambert} = \frac{1}{\pi} \text{ stilb}$$

Un cuerpo perfectamente difusor es, por supuesto, puramente teórico; en realidad, aún para los cuerpos que difunden según una ley aproximada a la de Lambert se tiene $\frac{B}{R} < \frac{1}{4}$ en cuanto la superficie deja de estar muy limpia.

También se propuso, sin éxito,

$$1 \text{ apostilb} = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ stilb} = 10^{-4} \text{ lambert}$$

Excitación (o cantidad de iluminación). "Esta magnitud, interesante en fotografía y en el estudio de las impresiones visuales, es igual al producto *Et* de la iluminación por el tiempo". La unidad es el lux segundo.

Cantidad de luz. Esta magnitud tiene importancia en la explotación; "es el producto *Ft* del flujo luminoso por su duración". La unidad utilizada prácticamente es el lumen hora.

Coeficiente de eficacia luminosa (de una fuente). "Es la relación del flujo luminoso total a la potencia total consumida por la fuente". En el caso de las fuentes eléctricas se mide en lumen por watt; pero en el caso de las fuentes no eléctricas la potencia consumida se mide generalmente, en el continente europeo, en calorías por segundo, y en Inglaterra en British Thermal Unit por segundo.

Si toda la energía consumida fuese transformada en energía radiante de longitud de onda λ en el espectro visible, el coeficiente de eficacia se confundiría con el coeficiente de visibilidad k_λ .

Consumo específico (de una fuente luminosa). Es la inversa del coeficiente de eficacia luminosa y se mide en watt por lumen; pero frecuentemente se denomina también "consumo específico" la relación entre la potencia consumida por la fuente y su intensidad luminosa, horizontal media u horizontal máxima, o media esférica: se expresa entonces en watt por bujía.

3. Primeros patrones de intensidad luminosa

El violle es la intensidad en dirección normal de una fuente de platino a la temperatura de solidificación de 1 cm^2 de superficie. Esta unidad, propuesta por *Violle* y adoptada por la Conferencia internacional de París en 1884 y por el Congreso de Electricistas de París en 1889, era demasiado grande para las necesidades de la práctica y *Blondel* propuso *1* pyr = *1/20* violle, intensidad en dirección normal de una fuente de platino en solidificación, de *5* mm^2 de superficie. El Congreso de Electricistas de Ginebra en 1896 adoptó la unidad sin conservar el nombre de "pyr", que fué reemplazado por "bujía decimal". Pero la representación del patrón bajo la forma indicada (superficie de platino fundido en solidificación) era imperfecta y difícil de realizar, de modo que los patrones realmente en uso eran bujías (de parafina, de esperma de ballena), lámparas de mecha o mecheros. En Francia se empleaba la lámpara Carcel, que quema 32 g de aceite de colza depurado por hora; en Inglaterra principalmente, el mechero de 10 candles (bujías) Vernon-

Harcourt, que quema vapor de pentano; en Alemania se ha empleado siempre la lámpara Hefner, de acetato de amilo $C^7 H^{14} O^2$. La lámpara de mecha, preferible al mechero y a la bujía, es sin embargo un patrón imperfecto; volveremos sobre este punto a propósito de la lámpara Hefner, única de este género cuyo uso subsiste.

El problema del patrón de intensidad luminosa preocupó a la Comisión Internacional de Fotometría desde su creación en 1900. En la primera sesión de la Comisión, que tuvo lugar en Zurich en 1903, se indicaron los resultados de la comparación de los patrones existentes en esa época. Los valores eran:

1 carcel = *9,6* bujías decimales = *10,87* bujías Hefner = *9,5* bujías de la lámpara de 10 bujías Vernon - Harcourt = *9,29* bujías del patrón inglés de pentano de una bujía = *9,53* bujías inglesas de esperma de ballena, etc.

La Comisión recomendó que se continuaran los ensayos de comparación, limitándolos a las lámparas Carcel, Hefner y Vernon-Harcourt. Las medidas fueron efectuadas por los laboratorios nacionales: Laboratoire Central d'Electricité de París (L.C.E.), National Physical Laboratory de Teddington (N.P.L.) y Physikalisch - Technische Reichsanstalt de Berlín (P.T.R.).

Los resultados obtenidos permitieron que ya en la segunda sesión de la Comisión Internacional de Fotometría, efectuada en Zurich en 1907, se establecieran las relaciones medias siguientes:

1 bujía decimal = *0,104* carcel = *1,12* bujías Hefner = *0,102* bujías Vernon - Harcourt.

Un poco más tarde el N.P.L. modificó de 10 a 8 litros de vapor de agua por metro cúbico de aire seco el grado de humedad correspondiente al funcionamiento normal de la lámpara Vernon-Harcourt, lo que condujo a rectificar la equivalencia, que resultó ser:

1 bujía decimal = $0{,}100_5$ bujías Vernon - Harcourt.

En Estados Unidos la unidad de intensidad luminosa se conservaba por lámparas de incandescencia cuyos valores se determinaron al principio a partir de la lámpara Hefner.

Dado que las bujías francesa, inglesa y americana tenían valores próximos, los laboratorios nacionales de estos países se pusieron de acuerdo en 1909 para establecer una unidad luminosa común

1 bujía decimal = *1* bujía inglesa = *1* bujía americana, siendo la bujía Hefner = *0,9* de esta bujía común.

Este importante acuerdo se hizo por iniciativa del Bureau of Standards (B.S.), que redujo en 1,6 % su unidad para ponerla de

acuerdo con la bujía decimal. A causa del acuerdo se propuso el nombre de "bujía internacional" para la bujía común. La tercera sesión de la Comisión, que tuvo lugar en Zurich en 1911, subrayó la importancia de este acuerdo. Desde entonces, como ya mencionamos, existen dos unidades: la bujía Hefner y la bujía internacional.

La lámpara Hefner, base de la bujía Hefner, está perfectamente definida; a menos de efectuar correcciones debe quemar en la atmósfera a presión normal (760 mm de Hg) con 8,8 litros de vapor de agua y 0,75 litros de anhidrido carbónico por metro cúbico de aire seco. La lámpara podría reconstruirse fácilmente si desaparecieran todos los patrones, con la base de las especificaciones de construcción y funcionamiento. Al lado de esta ventaja, la bujía Hefner tiene los siguientes inconvenientes:

1) su llama es vacilante; el trabajo es incómodo y largo. Se deben tomar muchas precauciones y disponer de observadores ejercitados;

2) aún con las medidas más cuidadosas, y teniendo en cuenta todas las correcciones, la bujía Hefner no se puede determinar con una precisión superior a 1 %. Su intensidad luminosa es pequeña; con la lámpara lejos de la pantalla la iluminación de esta última es insuficiente e interviene el efecto Purkinje, mientras que si acercamos la lámpara, la fuente ya no puede considerarse puntual;

3) la composición de la luz que emite se aleja mucho de la de las lámparas de incandescencia empleadas corrientemente en el momento actual; es demasiado roja.

Como notamos, se adoptó en 1909: *1* bujía internacional = *1,11* bujías Hefner; sin embargo fué necesario completar esta relación, que es función de la temperatura de color de la fuente que se compara con la lámpara Hefner. Esto se hizo en la sesión de Saranac - Inn en 1928 de la Comisión Internacional de Iluminación, que sustituyó en 1913 a la Comisión Internacional de Fotometría. Se admitió:

para las lámparas de filamento de carbono (*2000*°K): *1* bujía = *1,11* bujías Hefner (± 0,01).

para las lámparas de filamento de tungsteno en el vacío (*2360*°K): *1* bujía = *1,145* bujías Hefner.

para las lámparas de filamento de tungsteno en atmósfera gaseosa (*2600*°K): *1* bujía = *1,17* bujías Hefner.

Sin embargo estas cifras parecen provenir de una decisión apre-

surada porque los trabajos efectuados en común por el L.C.E. y la P.T.R. dieron resultados diferentes:

lámpara de atmósfera gaseosa, coeficiente de eficacia luminosa *15* lm/w: *1* bujía = *1,123* bujías Hefner.

lámpara de atmósfera gaseosa, coeficiente de eficacia luminosa *11* lm/w: *1* bujía = *1,121* bujías Hefner.

lámpara de tungsteno en el vacío, coeficiente de eficacia luminosa *9* lm/w: *1* bujía = *1,068* bujías Hefner.

Para fijar la bujía internacional se abandonó la relación: *1* bujía internacional = *1* bujía decimal = *1/20* violle, y desde 1909 se conservó esta unidad por medio de lámparas de incandescencia.

La elección del patrón primario se efectuó entre las lámparas de filamento de carbono. No fué posible elegir lámparas de filamento metálico, en el vacío o en un gas inerte, porque el filamento se destruye rápidamente, de manera que el patrón no tendría la estabilidad en el tiempo necesaria; por el contrario, las lámparas de filamento de carbono alimentadas bajo tensión reducida son notablemente estables: en unos treinta años no han sufrido en promedio ninguna modificación sistemática. Se dispone así de un patrón que permite definir la bujía internacional hasta el límite de precisión fotométrica, o sea hasta alrededor de 0,2 %. Sin embargo, el empleo de las lámparas de incandescencia como patrones primarios presenta dos inconvenientes importantes:

1) los grupos de lámparas que conservan la bujía internacional en los laboratorios nacionales de los diversos países no pueden ser reproducidos en caso de pérdida. En efecto, en el momento actual no es posible conseguir que las lámparas de incandescencia, fabricadas según determinadas especificaciones, tengan la misma intensidad luminosa a menos de los errores de las medidas fotométricas;

2) a causa de las dificultades de la fotometría heterocromática hay interés en disponer de un patrón que dé una luz sensiblemente de la misma composición que la de las fuentes más usuales. Las únicas lámparas de incandescencia empleadas actualmente son de filamento metálico; de manera que es necesario tomar como patrones secundarios lámparas de filamento metálico, que a causa del gasto que sufren se deben comparar frecuentemente con las lámparas de filamento carbónico. Ahora bien, estas últimas dan una luz mucho más "roja" que la de las lámparas de filamento metálico, si bien más "blanca" que la de la lámpara Hefner; para concretar mejor las diferencias de composición de estas radiaciones, indica-

mos las temperaturas de color de las distintas fuentes, aunque observando que esta noción se aplica menos bien a la lámpara Hefner que a las de incandescencia. Resulta así:

lámpara Hefner: *1930°* K.

lámpara de filamento de carbono: *2080°* K.

lámpara de filamento de tungsteno en el vacío: *2360°* K.

lámpara de filamento de tungsteno en gas inerte: *2750°* K.

Se tiene una idea de la importancia de estas cifras si se observa que una diferencia de *10°* en la temperatura de color basta para dar colores diferentes a dos fuentes en las medidas fotométricas.

Para comparar los patrones primarios y secundarios se emplean actualmente filtros azules, que se han puesto a punto después de largos estudios y cuyo factor de transmisión se determina a partir de su curva de transmisión espectral, por medio de los coeficientes de visibilidad adoptados internacionalmente. Estos filtros, intercalados entre el fotómetro y una de las fuentes luminosas que se comparan, restablecen la sensación de color idéntico en las dos zonas de la pantalla fotométrica.

4. Elección del cuerpo negro como patrón primario. Bujía nueva

Desde hace mucho tiempo se ha notado la insuficiencia del patrón primario constituído por lámparas de incandescencia, y por eso la Comisión Internacional de Iluminación primero, y el Comité Internacional de Pesas y Medidas después, alentaron y pidieron investigaciones sobre un patrón primario preciso perfectamente reconstruible.

Se ensayó volver a adoptar el patrón de *Violle*, idea que debió abandonarse porque la experiencia demostró que el brillo del platino a la temperatura de solidificación no es constante; además el color de esta fuente es demasiado rojo.

Se efectuaron investigaciones sobre el cuerpo negro, realizado por un recinto de temperatura uniforme con una pequeñísima abertura. Se sabe que la radiación del cuerpo negro depende sólo de su temperatura y no de la materia que lo constituye.

La puesta a punto fué delicada y larga, y en ella trabajaron varios laboratorios. Después de muchas investigaciones se decidió elegir el cuerpo negro a la temperatura de solidificación del platino.

Los resultados obtenidos alrededor de 1930 por los laboratorios de diferentes países para el brillo del cuerpo negro a esa temperatura, fueron

Inglaterra (N.P.L.): *58,97* stilb
Estados Unidos (B.S.): *58,86* stilb
Francia (*Ribaud*): *58,78* stilb
Alemania (P.T.R.): *65,24* bujía Hefner/cm²

Observemos que aún en el momento actual la precisión de la comparación entre las lámparas es superior a la precisión con que se puede reproducir el patrón primario; pero los resultados concuerdan lo bastante como para que se pueda considerar el problema resuelto.

La fig. 2 indica el esquema del dispositivo de *Waidner - Burgess* del Bureau of Standards. La calefacción se hace por inducción en alta frecuencia; los torbellinos del platino fundido aseguran la uniformidad de la temperatura. El platino elegido debe ser muy puro. La observación de la abertura del cuerpo negro se efectúa con ayuda de un prisma y de lentes de factores de transmisión perfectamente conocidos.

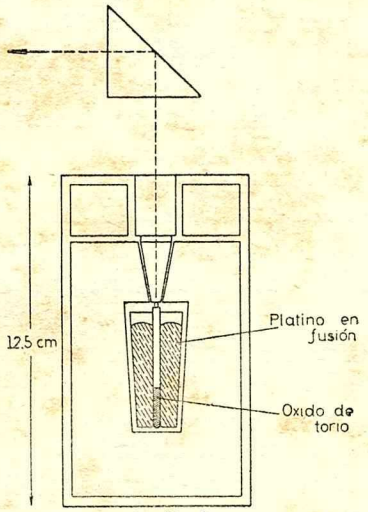


Fig. 2

Numerosos autores estiman que sería mejor emplear el cuerpo negro a la temperatura de solidificación del iridio o del molibdeno para obtener el color de las lámparas de filamento metálico en gas, que son las más empleadas. Esto conduciría a abandonar las lámparas de carbono como patrón secundario y a sustituirlas por lámparas de filamento metálico. Ahora bien, como estas lámparas son poco estables, sería necesario compararlas con mayor frecuencia al patrón primario (cuerpo negro), cosa que no ocurre con las lámparas de filamento de carbono; pero esta desventaja quedaría compensada porque se eliminaría la comparación de las lámparas de filamento metálico con las de filamento de carbono. Sin embargo, dado que esta última comparación se realiza hoy fácilmente y que la comparación con el cuerpo negro es más delicada, el Comité Internacional de Pesas y Medidas adoptó como patrón el radiador integral (cuerpo negro) a la temperatura de solidificación del platino, igual a la temperatura de color de las lámparas de filamento de carbono alimentadas bajo tensión reducida. En junio de 1937 la Oficina In-

ternacional de Pesas y Medidas estableció que a partir del 1.° de enero de 1940 la unidad de intensidad luminosa debe ser tal que el brillo del radiador integral a la temperatura de solidificación del platino sea de *60* unidades de intensidad por centímetro cuadrado. Esta unidad será llamada "bujía nueva" y por el momento no tiene abreviatura. El número 60 se eligió por ser el número "redondo" más próximo al valor del brillo del patrón en bujías internacionales ($\sim$ *58,8*); de esta manera la bujía nueva difiere muy poco de la bujía internacional, que es aproximadamente 2 % mayor.

Los valores de las magnitudes fotométricas de fuentes luminosas de temperatura de color distinta de la del patrón primario se determinan por un procedimiento que tiene en cuenta la curva de los coeficientes de visibilidad adoptada internacionalmente; en la comparación del nuevo patrón primario con los patrones secundarios de filamento incandescente, de rendimiento fotométrico más elevado, se emplean filtros azules que restablecen la igualdad de color.

Se pidió a los laboratorios nacionales la preparación de dos grupos de seis lámparas, uno que funcionara a la temperatura de solidificación del platino y otro a *2360*°K, para determinar sus intensidades luminosas en el N.P.L. en función de la bujía nueva; en 1939 el Comité Consultivo de Fotometría reconoció que sería necesario organizar también comparaciones de lámparas que funcionaran a temperaturas más elevadas.

La introducción de la bujía nueva en las definiciones de las unidades fotométricas obliga a distinguir éstas de la misma manera: así el "lumen nuevo" es el flujo luminoso emitido en un ángulo sólido unidad por una fuente puntual uniforme que tenga una intensidad luminosa de una bujía nueva, etc.

La gran ventaja de la introducción de la bujía nueva consiste no solamente en el establecimiento de un patrón reconstruible, sino también en la supresión de la dualidad del patrón de intensidad, porque Alemania estaría dispuesta a adoptarla.

Aunque la introducción de la bujía nueva se había decidido para el 1.° de enero de 1940, el Comité Consultivo de Fotometría aconsejó postergar la aplicación de las leyes correspondientes hasta el 1.° de enero de 1941, para facilidad de los industriales. Pero la guerra declarada en 1939 ocasionó el aplazamiento de las modificaciones previstas hasta nuevo aviso, que será dado oportunamente por el organismo internacional calificado.

INDICE

CAPITULO I. UNIDADES ELECTRICAS

		Página
1.	Introducción. Nociones fundamentales	1
2.	Magnitudes fundamentales en electrotécnica	7
3.	Ecuaciones de dimensión con cuatro dimensiones fundamentales	12
4.	Clasificación de los sistemas de unidades eléctricas	14
5.	Sistemas C. G. S. Ecuaciones de dimensión en L M T	18
6.	Unidades prácticas. Sistema Q. E. S.	23
7.	Situación creada por la necesidad de emplear unidades cómodas	26
8.	Distintos sistemas prácticos propuestos	28
9.	Unidades internacionales	36
10.	Sistemas racionalizados	38

CAPITULO II. APLICACIONES

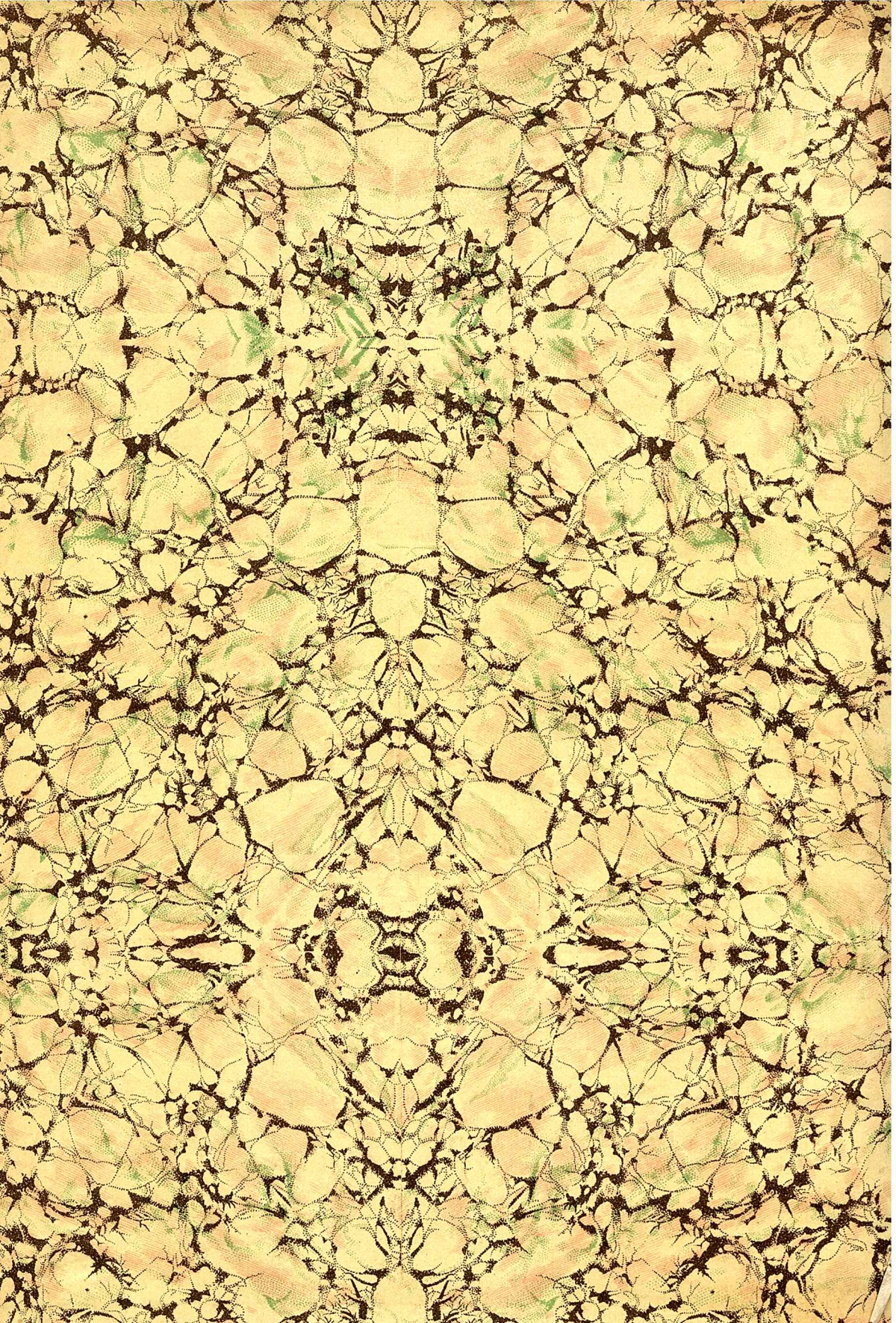
Ejercicio N.° 1.	Régimen transitorio en un circuito eléctrico. Cálculo de capacidades	45
Ejercicio N.° 2.	Circuito magnético	50
Ejercicio N.° 3.	Medida "absoluta" de resistencia (Lorenz)	57
Ejercicio N.° 4.	Cálculo de las constantes de un galvanómetro de cuadro móvil	60
Ejercicio N.° 5.	Determinación del período propio ideal de un alternador	64

CAPITULO III. HISTORIA DEL DESARROLLO DE LAS UNIDADES ELECTRICAS

1.	Primeras medidas "absolutas". Sistema M. M. S.	68
2.	Primeros patrones. Comités de la B. A. (1867-1873). Sistemas M. G. S. y C. G. S. Primeras unidades prácticas	68
3.	Congreso de París, 1881. Se continúa la serie de unidades prácticas	70
4.	Conferencia de París, 1884. Unidades legales	71
5.	Congreso de París, 1889. Se amplía la serie de unidades prácticas.	71
6.	Unidades magnéticas	72
7.	Congreso de Chicago, 1893. Unidades internacionales. Unidades magnéticas	72
8.	Unidades magnéticas. Congreso de París, 1900	73
9.	Congreso de St. Louis, 1904. Creación de la C. E. I.	76
10.	Conferencia de Londres, 1908. Unidades internacionales	76
11.	Extensión de la competencia de la O. I. P. M. a las unidades eléctricas, 1921	78
12.	Creación del C. C. E., 1927. Se aconseja la sustitución de las unidades internacionales por las absolutas. Patrones	78
13.	Unidades magnéticas. Reunión de Estocolmo, 1930. Racionalización de las unidades	80

14. Congreso de París, 1932. Sistema práctico coherente único 83
15. Reunión de París, 1933. Sistema M. K. S. Unidades magnéticas ... 84
16. Sustitución de las unidades internacionales por las absolutas 87
17. Reuniones de Scheveningue, 1935 y Torquay, 1938. Adopción del sistema Giorgi 89
18. Definiciones de las unidades prácticas, adoptadas por el C. C. E. .. 91

CAPITULO IV. UNIDADES FOTOMETRICAS

1. Generalidades 93
2. Magnitudes fotométricas. Unidades 94
3. Primeros patrones de intensidad luminosa 98
4. Elección del cuerpo negro como patrón primario. Bujía nueva 102

LIT. E IMP. DEL COMERCIO
25 DE MAYO 321